

工学ジャーナル 第 13 卷

目 次

指定投稿論文

| | | |
|----------------|------|---|
| 代用電荷法による数値等角写像 | 天野 要 | 1 |
|----------------|------|---|

一般投稿論文

| | | |
|---|--|-----|
| Comparative Study of Explicit Solutions to Wave Dispersion Relationship (2) | Masataka YAMAGUCHI Hirokazu NONAKA and Yoshio HATADA | 13 |
| 内湾・内海における気圧・風速・波高の長期変動 および気候変動指標との相互関係の考察 | 山口 正隆・野中 浩一 畑田 佳男 | 50 |
| 都市下水道管渠網の空気圧縮を伴う雨水流出シミュ レーションモデル | 東 正史・渡辺 政広 友近 榮治・佐々木 悠平 | 115 |

投稿規程等

| | |
|--|-----|
| 愛媛大学工学部工学ジャーナル論文投稿規程 | 125 |
| 工学ジャーナル論文申込書 | 127 |
| 著作権委譲書 | 128 |
| 愛媛大学工学部工学ジャーナル論文投稿規程第 7 に定める投稿料等経費について | 129 |
| 愛媛大学工学部工学ジャーナル論文執筆規程 | 130 |
| 工学ジャーナル投稿原稿の見本 | 132 |

March 2014
Ehime University
Faculty of Engineering

Annual Journal of Engineering

vol. 13

CONTENTS

Selected Papers

| | | |
|--|--------------|---|
| Numerical Conformal Mappings by the Charge Simulation Method | Kaname AMANO | 1 |
|--|--------------|---|

Papers

| | | |
|--|---|-----|
| Comparative Study of Explicit Solutions to Wave Dispersion Relationship (2) | Masataka YAMAGUCHI Hirokazu NONAKA and Yoshio HATADA | 13 |
| Some Considerations on Long-Year Variation of Atmospheric Pressures, Wind Speeds and Wave Heights in Inner Bay and Inland Sea Areas and the Inter-relationship with Climate Change Indices | Masataka YAMAGUCHI Hirokazu NONAKA and Yoshio HATADA | 50 |
| A Runoff Simulation Model with Air Compression in Urban Storm Sewer Pipe System | Masafumi AZUMA Masahiro WATANABE Eiji TOMOCHIKA and Yuhei SASAKI | 115 |

代用電荷法による数値等角写像

Numerical Conformal Mappings by the Charge Simulation Method

天野 要*

Kaname AMANO**

Conformal mappings are familiar in science and engineering. However, exact mapping functions are not known except for some special domains. Therefore, numerical conformal mappings have been studied for decades, and those of multiply connected domains attract a renewed interest. This paper is an overview of the method of numerical conformal mappings by the charge simulation method, which gives approximate mapping functions of simple form and high accuracy.

Key words : numerical conformal mapping, charge simulation method, method of fundamental solution

1 緒言

等角写像は関数論の基本的な問題の一つであり、理工学への応用も広い[1, 16, 18]. しかし、その写像関数を厳密に記述できる場合は限られていて、精度と効率よく近似計算することも決して簡単ではない。それ故、数値等角写像は数値解析と科学技術計算の重要課題として長く研究されてきた[13, 14, 15, 19, 27].

数値等角写像の方法は与えられた問題領域から標準領域への写像を求める方法と、逆に標準領域から問題領域への写像を求める方法とに大別され、いずれの場合も境界対応関数を未知量として積分方程式に帰着されることが多い。一般に、前者は線形で、Symmの積分方程式法[24, 25, 26]が著名である。後者は非線形で、数値計算には様々な反復法が用いられる。

近年、多重連結領域の問題があらためて注目されている。多重連結領域では等角写像の存在は領域の多重度 n と $3n-6$ ($n \geq 3$) 個のモジュラスと呼ばれる保存量が一致する領域間に限られる。そこで、領域の幾何学的な形状に着目し、多重度とモジュラスに依存しない正準領域を設定するという方法がとられる。正準領域はスリットを伴うことが多く、Nehari [21] 等の (a) 平行スリット領域, (b) 円弧スリット領域, (c) 放射スリット領域, (d) 円弧スリット円板領域, (e) 円弧スリット円環領域が広く知られている。遡って、Koebe [17] はこれらを含む 39 種の正準スリット領域を挙げている。

1980年代の半ば、著者は数値等角写像にポテンシャル問題の半解析的数値解法として知られていた代用電荷法を適用した[2]。その方法は、原理と計算が簡単で、多重連結領域の問題にも容易に適用できて、一定の条件下では簡潔で精度の高い近似写像関数を具体的に与える。この性質は関数論の成果がそのまま利用できるという意味で等角写像の応用上も重要である。

ここでは代用電荷法による数値等角写像について概説する。論文の構成は次のとおりである。第2章では、代用電荷法の原理と数値等角写像との関連を記す[12]。第3章では、最も基本的な単連結領域の内部問題であるリーマン写像を扱う[2, 3]。第4章では、典型的な多重連結領域の外部問題として平行、円弧、放射スリット領域への等角写像を扱う[9]。第5章では、これまでの経緯と謝辞を記して結びとする。

* 〒790-8577 松山市文京町3番 愛媛大学大学院理工学研究科

** Graduate School of Science and Engineering, Ehime University, 3 Bunkyo-cho, Matsuyama 790-8577, Japan

原稿受理 平成25年10月31日

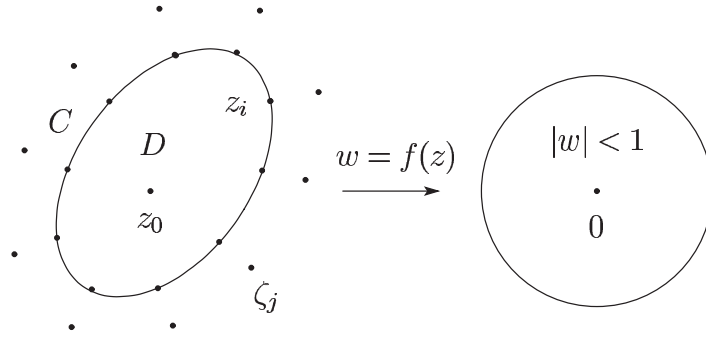


図 1: 代用電荷法と単位円板領域への等角写像 (z_i と ζ_j は拘束点と電荷点)

2 代用電荷法の原理

図 1 のように, $z = x + iy$ 平面上に与えられた単純閉曲線 C で囲まれた領域を D として, 2次元ラプラス方程式のディリクレ問題

$$\Delta g(z) = \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial y^2} = 0, \quad z \in D, \quad (1)$$

$$g(z) = b(z), \quad z \in C \quad (2)$$

を考える. この $b(z)$ は境界値である. 複素平面を実平面と同一視して $g(x, y)$ を $g(z)$, $b(x, y)$ を $b(z)$ と記している.

代用電荷法 [20, 22] では, D の外部に電荷点 $\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_N$ をとり, 近似解を基本解である対数ポテンシャルの 1 次結合で

$$g(z) \simeq G(z) = \sum_{j=1}^N Q_j \log |z - \zeta_j| \quad (3)$$

と表現する. 未定係数である電荷 Q_1, Q_2, \dots, Q_N は C 上に配置した拘束点 z_1, z_2, \dots, z_N で境界条件 (2) を満たすように N 元連立 1 次方程式 (拘束条件)

$$\sum_{j=1}^N Q_j \log |z_i - \zeta_j| = b(z_i), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (4)$$

を解いて定める. 近似解 (3) は厳密にラプラス方程式を満たす. したがって, 調和関数の最大値原理から, 誤差は境界上で最大値をとり

$$\epsilon(z) = |G(z) - g(z)| \leq \max_{z \in C} |G(z) - b(z)| \quad (5)$$

となる. この方法は原理と計算が簡単で, 高い精度を与える. 一定の条件下では, N に依存しない正定数 α と $\tau < 1$ が存在して, 最大誤差は

$$\epsilon < \alpha \tau^N \quad (6)$$

となることが知られている [22]. この性質は誤差の指数的減少と呼ばれ, N を倍増すれば計算精度の桁数が倍増するという誤差の急速な減少をもたらすことを意味する.

なお, 代用電荷法の計算精度は拘束点と電荷点の配置に依存する. 次の方法は簡単で, 様々な形状の領域に対して良い配置を与える [12]. まず境界上に拘束点 z_1, z_2, \dots, z_N を反時計回りに配置し, 次いで電荷点を

$$\zeta_j = z_j + iq(z_{j+1} - z_{j-1}), \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (z_0 = z_N, z_{N+1} = z_1) \quad (7)$$

と配置する. この $q > 0$ は配置のパラメータで, 複号は内部問題で $-$, 外部問題で $+$ にとる.

数値等角写像では, 写像関数 $f(z)$ を求める問題を標準領域の幾何学的形状に着目した境界条件を満たす調和関数 $g(z)$ とその共役調和関数 $h(z)$ を求める問題に帰着させる. 前者を (3) で近似すれば, 後者は定数分の任意性を除いて

$$h(z) \simeq H(z) = \sum_{j=1}^N Q_j \arg(z - \zeta_j) + c \quad (8)$$

と自然に定まる. この方法は様々な等角写像の問題に適用することができる.

3 単連結領域の数値等角写像

図 1 の等角写像を考える. 次の定理はリーマンの写像定理として知られている [1, 15, 21, 28].

定理 1 単連結領域 D から単位円板領域 $|w| < 1$ への等角写像 $w = f(z)$ は, D 内の任意の 1 点を z_0 として, 正規化条件

$$f(z_0) = 0, \quad f'(z_0) > 0 \quad (9)$$

の下に一意に定まる.

この写像関数を

$$f(z) = (z - z_0) \exp[g(z) + ih(z)] \quad (10)$$

と表現する. 条件 $f(z_0) = 0$ は自然に満たされる. 調和関数対 $g(z)$ と $h(z)$ は次の条件を満たさなければならない.

(1) 境界条件 閉曲線 C が単位円 $|f(z)| = 1$ に移ることから, $g(z)$ の境界条件は

$$g(z) = -\log|z - z_0|, \quad z \in C \quad (11)$$

となる.

(2) 正規化条件 $f'(z_0) = \exp[g(z_0) + ih(z_0)] > 0$ は

$$h(z_0) = 0 \quad (12)$$

を意味する.

等角写像の存在と一意性から, 問題はこのような 1 対の調和関数 $g(z)$ と $h(z)$ を求めることに帰着する.

代用電荷法を適用して, 境界条件 (11) を用いて連立 1 次方程式 (4) を解けば (3) の形で $G(z)$ が求まる. その共役調和関数 $H(z)$ は定数分の任意性を除いて (8) の形で自然に定まる. 後者の定数 c も正規化条件 (12) に対応して

$$H(z_0) = \sum_{j=1}^N Q_j \arg(z_0 - \zeta_j) + c = 0$$

で定まり, したがって

$$H(z) = \sum_{j=1}^N Q_j \arg(z - \zeta_j) - \sum_{j=1}^N Q_j \arg(z_0 - \zeta_j) = \sum_{j=1}^N Q_j \arg \frac{z - \zeta_j}{z_0 - \zeta_j} \quad (13)$$

となる. 次のスキームが得られる [2].

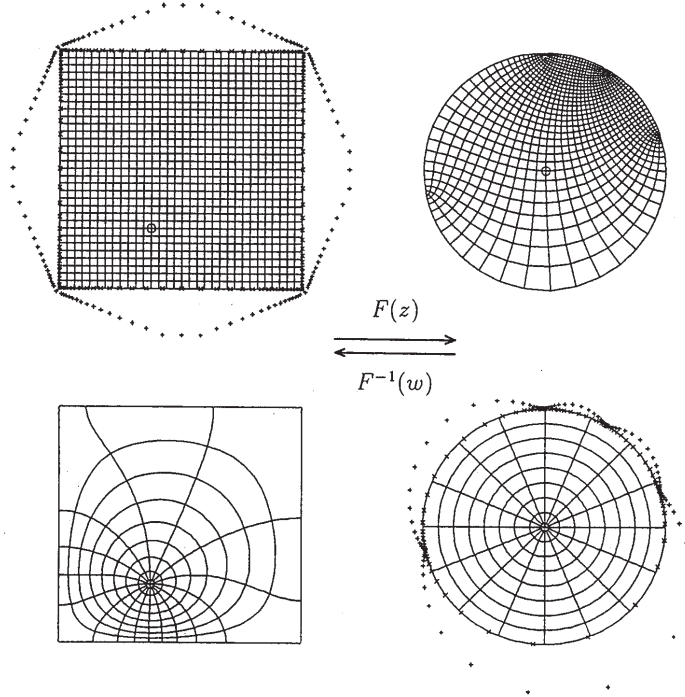


図 2: リーマン写像と逆写像の計算例

スキーム 1 近似写像関数を

$$F(z) = (z - z_0) \exp[G(z) + iH(z)], \quad (14)$$

$$G(z) + iH(z) = \sum_{j=1}^N Q_j \left(\log |z - \zeta_j| + i \arg \frac{z - \zeta_j}{z_0 - \zeta_j} \right) \quad (15)$$

と表現すれば, 未定係数 Q_1, Q_2, \dots, Q_N は N 元連立 1 次方程式

$$\sum_{j=1}^N Q_j \log |z_i - \zeta_j| = -\log |z_i - z_0|, \quad z_i \in C, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (16)$$

を解いて定まる.

なお, 複素対数関数の数値計算には注意が必要である. このスキームは閉曲線 C が星形であれば主値を用いて連続な近似写像関数を与えている (連続スキームと呼ぶ).

例 1 正方形領域 $|x| < 1, |y| < 1$ を D , $z_0 = -0.25 - 0.5i$ とする.

図 2 上は問題領域 D から単位円板領域への数値等角写像 $w = F(z)$ の結果を矩形格子で表現している. 角点は $f'(z) = 0$ となる特異点 (臨界点) で, ここでは写像は等角にならない. 拘束点と電荷点は角点近くで密になるように, さらに電荷点は境界近くになるように配置している.

こうして得られた拘束点 z_i と像 $w_i = F(z_i)$ の対応関係を利用し, w 平面上で再び代用電荷法を適用して図 2 下のような近似逆写像関数 $z = F^{-1}(w)$ を構成することができる [3]. この電荷点配置には式 (7) を用いている. 左下の図は, 例えば平行な導線と矩形導波管の間の等電位面と電気力線を表現している.

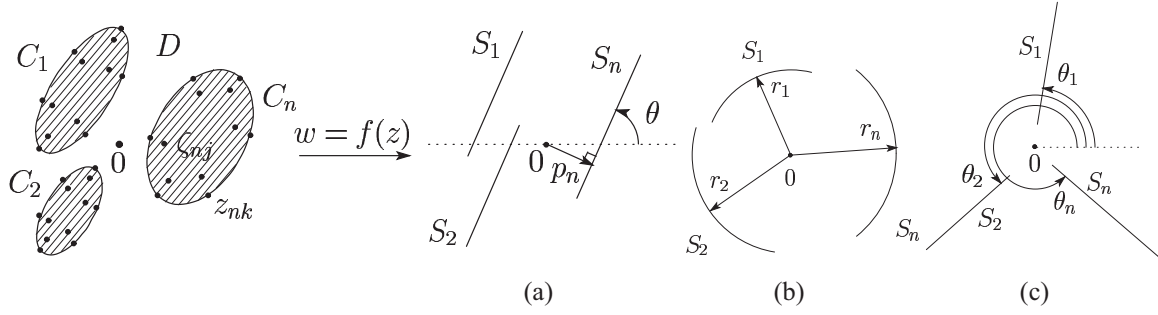


図 3: 非有界な多重連結領域から (a) 平行, (b) 円弧, (c) 放射スリット領域への等角写像

4 多重連結領域の数値等角写像

図 3 のように, z 平面上の単純閉曲線 C_1, C_2, \dots, C_n の外側の無限遠点を含む非有界な n 重連結領域 D から, w 平面上の (a) 平行スリット領域, (b) 円弧スリット領域, (c) 放射スリット領域 (無限遠点を含み, それぞれの形状のスリットを伴う複素平面の全体) への等角写像 $w = f(z)$ を考える. 閉曲線 C_1, C_2, \dots, C_n はそれぞれスリット S_1, S_2, \dots, S_n に移るとする.

4.1 平行スリット領域

定理 2 スリットが実軸となす角 θ を任意に指定して, 領域 D から平行スリット領域への等角写像 $w = f_\theta(z)$ は $f_\theta(\infty) = \infty$, $z = \infty$ を中心とするローラン級数が

$$f_\theta(z) = z + \frac{a_1}{z} + \frac{a_2}{z^2} + \dots \quad (17)$$

の形になるという正規化条件の下に一意に定まる [21, 28].

この写像関数を

$$f_\theta(z) = z + ie^{i\theta} a(z), \quad a(z) = g(z) + ih(z) \quad (18)$$

と表現する. 解析関数 $a(z)$ すなわち調和関数対 $g(z)$ と $h(z)$ は次の条件を満たさなければならない.

(1) 正規化条件 ローラン級数 (17) から

$$\lim_{z \rightarrow \infty} (f_\theta(z) - z) = 0, \quad \text{i.e.,} \quad a(\infty) = 0 \quad (19)$$

でなければならない.

(2) 境界条件 閉曲線 C_1, C_2, \dots, C_n が角 θ の平行スリット S_1, S_2, \dots, S_n に移ることから

$$\begin{aligned} \text{Im}(e^{-i\theta} f_\theta(z)) &= p_m, \quad \text{i.e.,} \quad g(z) - p_m = -\text{Im}(e^{-i\theta} z), \\ z &\in C_m, \quad m = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (20)$$

でなければならない. この p_m は原点 $w = 0$ からスリット S_m を含む直線に下した垂線の符号付き長さを意味する未知の定数である.

こうして問題は (19) と (20) を満たす関数 $a(z) = g(z) + ih(z)$ を定数 p_m とともに求めることに帰着する. 代用電荷法を用いて, $a(z)$ を複素対数関数の 1 次結合で

$$a(z) \simeq A(z) = G(z) + iH(z) = Q_0 + \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^{N_l} Q_{lj} \log(z - \zeta_{lj}) \quad (21)$$

と近似する. この Q_0 は未知の複素定数で Q_{lj} は電荷である. 電荷点 ζ_{lj} は D の外部すなわち C_l の内側に配置する. この近似関数に次の3条件を課す.

(1) 1価性条件 近似関数 (21) は一般的には無限多価である. これが1価であるための必要十分条件は C_1, C_2, \dots, C_n に対して

$$\int_{C_l} dA(z) = i \int_{C_l} d \sum_{m=1}^n \sum_{j=1}^{N_m} Q_{mj} \arg(z - \zeta_{mj}) = 2\pi i \sum_{j=1}^{N_l} Q_{lj} = 0$$

すなわち

$$\sum_{j=1}^{N_l} Q_{lj} = 0, \quad l = 1, 2, \dots, n \quad (22)$$

である.

(2) 正規化条件 条件 (22) の下, (19) と同様に条件

$$A(\infty) = Q_0 + \lim_{z \rightarrow \infty} \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^{N_l} Q_{lj} \log(z - \zeta_{lj}) = 0$$

を課して $Q_0 = 0$, したがって

$$A(z) = \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^{N_l} Q_{lj} \log(z - \zeta_{lj}) \quad (23)$$

となる.

(3) 拘束条件 C_m 上に電荷と同数の拘束点 z_{mk} を配置し, ここで $A(z)$ に境界条件 (20) を課して

$$\sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^{N_l} Q_{lj} \log |z_{mk} - \zeta_{lj}| - P_m = -\text{Im}(e^{-i\theta} z_{mk}),$$

$$z_{mk} \in C_m, \quad k = 1, 2, \dots, N_m, \quad m = 1, 2, \dots, n \quad (24)$$

を得る. P_m は p_m の近似である.

式 (22) と (24) は Q_{lj} と P_m に関する $N_1 + \dots + N_n + n$ 元連立1次方程式を構成する. これを解いて Q_{lj} と P_m が求まれば, (23) から $A(z)$ が定まり, その $A(z)$ を (18) に代入して近似写像関数 $F_\theta(z) \simeq f_\theta(z)$ が得られる.

4.2 円弧スリット領域

定理3 領域 D 内の任意の1点を z_0 として, D から円弧スリット領域への等角写像 $w = f_c(z)$ は $f_c(z_0) = 0$, $f_c(\infty) = \infty$ かつ $z = \infty$ を中心とするローラン級数が

$$f_c(z) = z + b_0 + \frac{b_1}{z} + \frac{b_2}{z^2} + \dots \quad (25)$$

の形になるという正規化条件の下に一意に定まる [21, 28].

この写像関数を

$$f_c(z) = (z - z_0) \exp a(z), \quad a(z) = g(z) + ih(z) \quad (26)$$

と表現する. 解析関数 $a(z)$ すなわち調和関数対 $g(z)$ と $h(z)$ は次の条件を満たさなければならない.

(1) 正規化条件 ローラン級数 (25) から

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \frac{f_c(z)}{z} = 1, \quad \text{i.e.,} \quad a(\infty) = 0 \quad (27)$$

でなければならない.

(2) 境界条件 閉曲線 C_1, C_2, \dots, C_n が半径 r_1, r_2, \dots, r_n の円弧スリット S_1, S_2, \dots, S_n に移ることから

$$|f_c(z)| = r_m, \quad \text{i.e.,} \quad g(z) - \log r_m = -\log |z - z_0|, \\ z \in C_m, \quad m = 1, 2, \dots, n \quad (28)$$

でなければならない.

問題は (27) と (28) を満たす $a(z) = g(z) + ih(z)$ を定数 r_m とともに求めることに帰着する.

前節と同様に, 代用電荷法を用いて $a(z)$ を (21) で近似し, 1 価性条件 (22) と正規化条件 (23) を得る. 拘束条件は境界条件 (28) から

$$\sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^{N_l} Q_{lj} \log |z_{mk} - \zeta_{lj}| - \log R_m = -\log |z_{mk} - z_0|, \\ z_{mk} \in C_m, \quad k = 1, 2, \dots, N_m, \quad m = 1, 2, \dots, n \quad (29)$$

となる. R_m は r_m の近似である.

式 (22) と (29) は Q_{lj} と $\log R_m$ に関する連立 1 次方程式を構成する. これを解いて Q_{lj} と R_m が求まれば, (23) から $A(z)$ が定まり, その $A(z)$ を式 (26) に代入して近似写像関数 $F_c(z) \approx f_c(z)$ が得られる.

4.3 放射スリット領域

定理 4 (放射) 領域 D 内の任意の 1 点を z_0 として, D から放射スリット領域への等角写像 $w = f_r(z)$ は $f_r(z_0) = 0$, $f_r(\infty) = \infty$ かつ $z = \infty$ を中心とするローラン級数が

$$f_r(z) = z + c_0 + \frac{c_1}{z} + \frac{c_2}{z^2} + \dots \quad (30)$$

の形になるという条件の下に一意に定まる [21, 28].

この写像関数を

$$f_c(z) = (z - z_0) \exp(ia(z)), \quad a(z) = g(z) + ih(z) \quad (31)$$

と表現する. 解析関数 $a(z)$ すなわち調和関数対 $g(z)$ と $h(z)$ は次の条件を満たさなければならない.

(1) 正規化条件 ローラン級数 (30) から

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \frac{f_c(z)}{z} = 1, \quad \text{i.e.,} \quad a(\infty) = 0 \quad (32)$$

でなければならない.

(2) 境界条件 閉曲線 C_1, C_2, \dots, C_n が偏角 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ の放射スリット S_1, S_2, \dots, S_n に移ることから

$$\arg f_c(z) = \theta_m, \quad \text{i.e.,} \quad g(z) - \theta_m = -\arg(z - z_0), \\ z \in C_m, \quad m = 1, 2, \dots, n \quad (33)$$

でなければならない.

問題は (32) と (33) を満たす $a(z) = g(z) + ih(z)$ を定数 θ_m とともに求めることに帰着する.

前節と同様に, 代用電荷法を用いて $a(z)$ を (21) で近似し, 1 価性条件 (22) と正規化条件 (23) を得る. 拘束条件は境界条件 (33) から

$$\sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^{N_l} Q_{lj} \log |z_{mk} - \zeta_{lj}| - \theta_m = -\arg(z_{mk} - z_0), \\ z_{mk} \in C_m, \quad k = 1, 2, \dots, N_m, \quad m = 1, 2, \dots, n \quad (34)$$

となる. Θ_m は θ_m の近似である.

式 (22) と (34) は Q_{lj} と Θ_m に関する連立 1 次方程式を構成する. これを解いて Q_{lj} と Θ_m が求まれば, (23) から $A(z)$ が定まり, その $A(z)$ を (31) に代入して近似写像関数 $F_r(z) \approx f_t(z)$ が得られる.

4.4 統合連続スキームの構成と数値例

複素対数関数の数値計算に主値を用いると式 (23) の虚部の $\arg(z - \zeta_{lj})$ は半直線 $\{\zeta_{lj} - it \mid 0 \leq t < \infty\}$ 上に 2π の不連続を伴い, D で連続な写像関数を構成することはできない. そこで, 1 価性条件 (22) を用いて, (23) を

$$\begin{aligned} A(z) &= \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^{N_l} Q_{lj} \log(z - \zeta_{lj}) - \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^{N_l} Q_{lj} \log(z - \zeta_{l0}) \\ &= \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^{N_l} Q_{lj} \log \frac{z - \zeta_{lj}}{z - \zeta_{l0}} \end{aligned}$$

と変形する. この式は (23) と等価で, C_1, C_2, \dots, C_n がそれぞれの内側の 1 点 $\zeta_{10}, \zeta_{20}, \dots, \zeta_{n0}$ に対して星形であれば D で連続である.

以上を整理して, (a) 平行スリット領域, (b) 円弧スリット領域, (c) 放射スリット領域への統合的な数値等角写像の連続スキームを得ることができる.

スキーム 2 近似写像関数を

$$F_{\theta, c, r}(z) = \begin{cases} \text{平行} : z + ic^{i\theta} A(z) \\ \text{円弧} : z \exp A(z) \\ \text{放射} : z \exp(iA(z)) \end{cases}, \quad A(z) = \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^{N_l} Q_{lj} \log \frac{z - \zeta_{lj}}{z - \zeta_{l0}} \quad (35)$$

と表現すれば, 未定係数 Q_{lj} は定数 S_m とともに連立 1 次方程式

$$\sum_{j=1}^{N_l} Q_{lj} = 0, \quad (36)$$

$$l = 1, 2, \dots, n, \quad (37)$$

$$\sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^{N_l} Q_{lj} \log |z_{mk} - \zeta_{lj}| - S_m = -t_{mk},$$

$$z_{mk} \in C_m, \quad k = 1, 2, \dots, N_m, \quad m = 1, 2, \dots, n \quad (38)$$

を解いて定まる. ここに,

$$S_m = \begin{cases} \text{平行} : P_m \\ \text{円弧} : \log R_m \\ \text{放射} : \Theta_m \end{cases}, \quad t_{mk} = \begin{cases} \text{Im}(e^{-i\theta} z_{mk}) \\ \log |z_{mk} - z_0| \\ \arg(z_{mk} - z_0) \end{cases} \quad (39)$$

である.

解くべき連立 1 次方程式の係数行列はいずれの問題でも同一である.

表 1: 誤差評価 ($N = 64$, $q = 0.8$, $\theta = \pi/3$, $\kappa = 4.7 \times 10^4$)

| | | $\epsilon_{F_{\theta l}}$ | ϵ_{P_l} | P_l |
|---------------------|-------|---------------------------|-----------------------|--------------|
| (a) $F_{\theta}(z)$ | C_1 | 5.2E-08 | 1.2E-08 | -1.30820139 |
| | C_2 | 2.6E-08 | 1.3E-08 | 1.17981520 |
| | C_3 | 7.5E-08 | 4.5E-09 | -0.135327009 |
| | | $\epsilon_{F_{cl}}$ | ϵ_{R_l} | R_l |
| (b) $F_c(z)$ | C_1 | 2.1E-07 | 1.8E-08 | 2.69585239 |
| | C_2 | 3.9E-08 | 2.3E-08 | 2.91217882 |
| | C_3 | 8.6E-05 | 6.2E-09 | 2.265373689 |
| | | $\epsilon_{F_{\theta l}}$ | ϵ_{θ_l} | θ_l |
| (c) $F_r(z)$ | C_1 | 6.7E-08 | 1.3E-08 | -0.23582973 |
| | C_2 | 2.1E-08 | 8.5E-08 | 2.246730504 |
| | C_3 | 2.5E-05 | 4.9E-09 | -2.005025898 |

例 2 3つの円

$$C_l: |z - \zeta_{l0}| = \rho_l, \quad \rho_1 = 1, \rho_2 = 0.5, \rho_3 = 1.5,$$

$$\zeta_{l0} = 2 \exp \frac{2(l-1)\pi i}{3}, \quad l = 1, 2, 3$$

の外側を D , $z_0=0$ とする.

拘束点と電荷点は

$$z_{lj} = \zeta_{l0} + \rho_l \exp \frac{2(j-1)\pi i}{N}, \quad \zeta_{lj} = \zeta_{l0} + q\rho_l \exp \frac{2(j-1)\pi i}{N},$$

$$j = 1, 2, \dots, N, \quad l = 1, 2, 3 \quad (40)$$

と配置する. $0 < q < 1$ は電荷配置のパラメータである. 誤差の指標としては

$$\epsilon_{F_{\theta l}} = \max_{z \in C_l} |\operatorname{Im}(e^{-i\theta} F_{\theta}(z)) - P_l|, \quad \epsilon_{P_l} = |P_l - P_l^{(2N)}|, \quad (41)$$

$$\epsilon_{F_{cl}} = \max_{z \in C_l} |F_c(z) - R_l|, \quad \epsilon_{R_l} = |R_l - R_l^{(2N)}|, \quad (42)$$

$$\epsilon_{F_{rl}} = \max_{z \in C_l} |\arg F_r(z) - \theta_l|, \quad \epsilon_{\theta_l} = |\theta_l - \theta_l^{(2N)}| \quad (43)$$

を用いる. これらの第 1 式は近似写像関数のスリットからのずれを意味し, その評価には C_l 上に一様に配置された $8N$ 個の点を用いる. $P_l^{(2N)}$, $R_l^{(2N)}$, $\theta_l^{(2N)}$ は $2N$ 個の電荷を用いた値である.

図 4 は問題領域 D から (a) 平行 ($\theta = \pi/3$), (b) 円弧, (c) 放射スリット領域への数値等角写像の結果である. 表 1 は誤差評価の一例で, κ は連立 1 次方程式の係数行列の L_1 条件数である. P_l , R_l , θ_l の値は (41), (42), (43) の右辺に非零の数字が現れた桁までを記している. $\epsilon_{F_{cl}}$ と $\epsilon_{F_{rl}}$ が C_3 上で比較的大きいのは $a(z)$ の境界条件 (28) と (33) が $z = z_0$ に持つ対数関数の特異性の影響である.

図 5 は円 C_1 , C_2 , C_3 を輪郭線とする円柱状の障害物を過ぎる (a) 一様流 ($\theta = \pi/3$), (b) 渦流, (c) 湧き出し流の流線をそれぞれの近似複素速度ポテンシャルの虚部 (a) $\operatorname{Im}(e^{-i\theta} F_{\theta}(z))$, (b) $\operatorname{Im}(-\log F_c(z))$, (c) $\operatorname{Im}(\log F_r(z))$ の等高線として描いたものである. 渦と湧き出しは原点 $z_0 = 0$ に存在する.

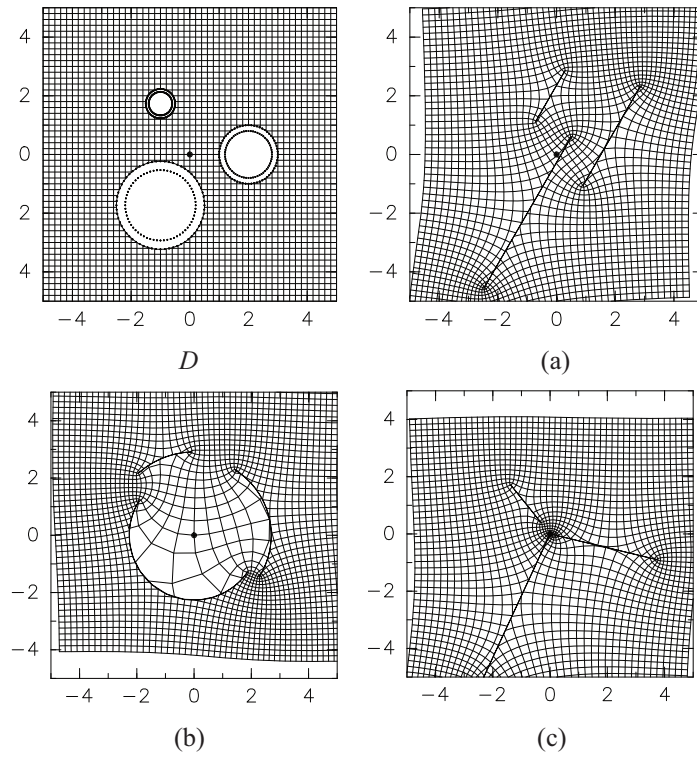


図 4: 非有界な 3 重連結領域 D から (a) 平行, (b) 円弧, (c) 放射スリット領域への数値等角写像

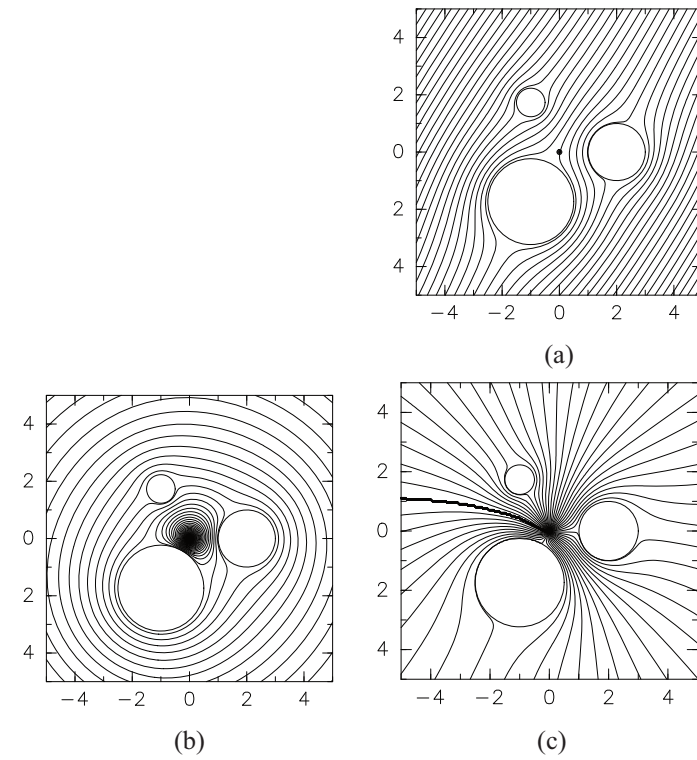


図 5: 円柱状の障害物を過ぎる (a) 一様流, (b) 渦流, (c) 湧き出し流

5 結言

領域の幾何学的な形状に着目して、等角写像の問題を調和関数の境界値問題とその共役調和関数の問題に帰着させ、前者に代用電荷法を適用すれば後者は自然に定まる。この方法はリーマン写像の問題 [2] に始まり、逆写像（すなわち標準領域から問題領域への等角写像） [3]、外部領域や 2 重連結領域の問題 [4]、さらに Nehari [21] 等の 5 種の正準スリット領域への問題 [5, 6, 7, 9, 23] に適用されて簡潔で精度の高い近似写像関数を与えた。最近では、Koebe [17] の円弧放射スリット領域、直交直線スリット領域、螺旋スリット領域等への近似写像関数をより一般的な形で構成することも可能になりつつある [8, 10, 11]。そこでは、代用電荷法は対数ポテンシャルの 1 次結合による調和関数の近似解法から、複素対数関数の 1 次結合による解析関数の直接的な近似解法に拡張された役割を果たしている。

なお、複素対数関数の数値計算には注意と工夫が必要である。例えば、スキーム 1 とスキーム 2 では境界閉曲線が星形であることを仮定した。また、放射スリット領域の問題では境界閉曲線と正規化点との位置関係によっては境界条件に不連続が現れる。これらの問題については説明を割愛した。

基本解の重ね合わせ法や数値等角写像の研究の歴史は長く、近年も活発に研究されている。代用電荷法による数値等角写像についても理論と応用の両面で今後の研究に期待すべき課題は多い。

謝辞 代用電荷法による数値等角写像の研究は愛媛大学赴任直後に故安倍 齋先生 (愛媛大学名誉教授) から紹介された Symm の積分方程式法 [24, 25, 26] にヒントを得たものです。以後、研究は 4 半世紀にわたって展開し、情報処理学会創立 30 周年記念論文賞 [3]、日本応用数理学会 1996 年度論文賞 [5]、情報処理学会創立 40 周年記念論文賞 [7] の受賞という幸運に恵まれ、科学研究費の継続的な支援も受けてきました。この間、同時にパターン認知の数心理学的研究にも取り組んできました。いずれの課題でも研究の過程では多くの方々のお世話になりました。個々にお名前を記すことはできませんが、あらためて感謝を申し上げます。

参考文献

- [1] 安倍 齋, 応用関数論, 森北出版, 東京, 1981.
- [2] 天野 要: 代用電荷法に基づく等角写像の数値計算法. 情報処理学会論文誌, **28** (1987), 697–704.
- [3] 天野 要: 代用電荷法に基づく双方向的な数値等角写像の方法. 情報処理, **31** (1990), 623–632.
- [4] Amano, K.: A charge simulation method for the numerical conformal mapping of interior, exterior and doubly-connected domains. *J. Comput. Appl. Math.*, **53** (1994), 353–370.
- [5] 天野 要: 代用電荷法による放射スリット領域への数値等角写像の方法. 日本応用数理学会論文誌, **5** (1995), 267–280.
- [6] Amano, K.: A charge simulation method for numerical conformal mapping onto circular and radial slit domains. *SIAM J. Sci. Comput.*, **19** (1998), 1169–1187.
- [7] 天野 要, 岡野 大, 緒方秀教, 下平博巳, 杉原正顕: 代用電荷法による非有界な多重連結領域の統一的な数値等角写像の方法. 情報処理学会論文誌 **42**, 385–395 (2001).
- [8] Amano, K. and Okano, D.: A circular and radial slit mapping of unbounded multiply connected domains. *JSIAM Letters*, **2** (2010), 53–56.
- [9] Amano, K. and Okano, D.: Numerical conformal mappings onto the canonical slit domains. *Theoretical and Applied Mechanics Japan*, **60** (2012), 317–332.

- [10] Amano, K., Okano, D., Ogata, H. and Sugihara, M.: Numerical conformal mappings onto the linear slit domain. *Japan J. Indust. Appl. Math.*, **29** (2012), 165–186.
- [11] 天野 要, 岡野 大, 遠藤慶一, 緒方秀教: 代用電荷法による Koebe (1916) の正準スリット領域への数値等角写像. 日本応用数理学会環瀬戸内応用数理研究部会第 16 回シンポジウム講演予稿集, (2013), 58–61.
- [12] 天野 要, 岡野 大: 代用電荷法. 薩摩順吉, 大石進一, 杉原正顕 (編集): 応用数理ハンドブック, 朝倉書店 (印刷中)
- [13] Driscoll, T.A. and Trefethen, L.N.: *Schwarz-Christoffel Mapping*. Cambridge University Press, Cambridge, 2002.
- [14] Gaier, D.: *Konstruktive Methoden der konformen Abbildung*, Springer, Berlin, 1964.
- [15] Henrici, P.: *Applied and Computational Complex Analysis* **3**, John Wiley & Sons, New York, 1986.
- [16] 今井 功: 複素解析と流体力学, 日本評論社, 東京, 1989.
- [17] Koebe, P.: *Abhandlungen zur Theorie der konformen Abbildung IV, Abbildung mehrfach zusammenhängender schlichter Bereiche auf Schlitzbereiche*. *Acta Math.*, **41** (1916), 305–344.
- [18] Kreyszig, E.: *Advanced Engineering Mathematics*, 8th ed. John Wiley & Sons, New York, 1999.
- [19] Kythe, P.K.: *Computational Conformal Mapping*, Birkhäuser, Boston, 1998.
- [20] 村島定行: 代用電荷法とその応用, 森北出版, 東京, 1983.
- [21] Nehari, Z.: *Conformal Mapping*, McGraw-Hill, New York, 1952.
- [22] 岡本 久, 桂田祐史: ポテンシャル問題の高速解法, *応用数理*, **2** (1992), 212–230.
- [23] Okano, D., Ogata, H., Amano, K. and Sugihara, M.: Numerical conformal mappings of bounded multiply connected domains by the charge simulation method. *J. Comput. Appl. Math.*, **159** (2003), 109–117.
- [24] Symm, G.T.: An integral equation method in conformal mapping, *Numer. Math.*, **9** (1966), 250–258.
- [25] Symm, G.T.: Numerical mapping of exterior domains, *Numer. Math.*, **10** (1967), 437–445.
- [26] Symm, G.T.: Conformal mapping of doubly-connected domains, *Numer. Math.*, **13** (1969), 448–457. (1969)
- [27] Trefethen, L.N., (ed.): *Numerical Conformal Mapping*, North-Holland, Amsterdam, 1986.
- [28] Wen, G.-C.: *Conformal Mappings and Boundary Value Problems*. Amer. Math. Soc., Providence, 1992.

Comparative Study of Explicit Solutions to Wave Dispersion Relationship (2)

Masataka YAMAGUCHI*, Hirokazu NONAKA** and Yoshio HATADA***

Yamaguchi and Nonaka^[1] clarified relative accuracy of several approximate and explicit solutions(AESs) to the transcendental dispersion equation in the Airy wave theory with small amplitude, in cases where a numerically exact solution is obtained by Newton's iterative method. This paper reinforces the previous results with new investigations for accuracy of 4 recently-proposed AESs^{[2],[3]} (Beji-1, Beji-2, Vata-1, Vata-2) and some of AESs^{[4]-[8]} (from Cham-2 to Cham-7 etc.) non-discussed in Yamaguchi and Nonaka^[1], and their Newton method-based solutions. The main findings are as follows: (1) The 4 AESs show higher accuracy than the previous AESs, in cases where use of Beji-2 or Vata-1 is recommended from the view point of a balance between accuracy and compactness (computational efficiency) of the equation; (2) The 4 AESs(Cham-4, Cham-5, Cham-6, Cham-7) of the 7 AESs proposed by Chamberlain and Porter^[5] have small maximum relative errors ranging from 0.16 % to 0.0035 %, which show increasing accuracy with increased sophistication of the formula; (3) The Padé approximation-based Hunt^[4] AES with the 9th order gives a high accuracy but less accuracy compared to Vata-2 or Cham-7; (4) The 1st iteration solution by Newton's method for an initial value based on each of the AESs provides much higher accuracy than the original AES, in cases where any of the Vata-2, Hunt-9 and Cham-7-based solutions corresponds to a numerically exact solution to the best degree; (5) Each of the You^{[6]-[8]}-type Piecewise AESs(PAESs) applicable only to a shallow water area indicates reasonable accuracy within its effective range, which means the usefulness within a limited condition in shallow water from a point of compactness of the expression; (6) A modified version for the Combined Piecewise AES(CPAES) proposed by Newman^[9] which is applicable to a full range of water depth condition has the highest accuracy among not only various CPAESs but also the investigated AESs.

Key Words ; dispersion relationship, Airy wave theory, recently-proposed/previously overlooked AESs, Newton method-based AESs and exact solutions

1. Introduction

The dispersion relationship in shallow water based on the small amplitude wave theory constitutes a transcendental equation with respect to wave length and this property makes it impossible to derive the analytical solution. For this reason, many kinds of approximate and explicit solution(AES) have been proposed and their error characteristics have been investigated through the comparison with a numerically exact solution. In 2007, Yamaguchi and Nonaka^[1] classified most of previously-proposed 30 AESs including the authors-modified versions and made clear an error range for each of the AESs. But concerted efforts for developing new AESs are continuing.

By taking this situation into account, this paper enhances the previous results with new investigations for

*Prof. Emeritus, Ehime University

** (former) Department of Civil and Environmental Engineering, Faculty of Engineering, Ehime University

***Engineering for Production and Environment, Graduate School of Science and Engineering, Ehime University

原稿受理 平成 25 年 10 月 5 日

accuracy of 4 recently-proposed AESs^{[2],[3]} and some old AESs^{[4]-[8]} non-discussed in Yamaguchi and Nonaka^[1], and their Newton method-based solutions. The AESs investigated here are ①2 expressions by Beji^[2](Beji-1, Beji-2), ②2 expressions by Vatankhah and Aghashariatmadari^[3](Vata-1, Vata-2), ③4 expressions with several orders of relative water to depth-deep water wave length parameter α by Hunt^[4](Hunt-4, Hunt-5, Hunt-6, Hunt-9), ④6 expressions by Chamberlain and Porter^[5](Cham-2, Cham-3, Cham-4, Cham-5, Cham-6, Cham-7), ⑤a set of the 1st iteration solution(2-step AES) by Newton's method associated with an initial value calculated using each of the above-mentioned AESs. Also the You^{[6]-[8]}-type PAESs applicable only to shallow water area and the PAESs by Chamberlain and Porter^[5] and Newman^[9] application-limited to either of shallow water area or deeper water area are added to the candidates to be investigated. Then characteristics of 2 Combined PAESs(CPAESs) consisting of the 2 types of PAES mentioned above are discussed.

2. Dispersion relationship and numerically exact solution

The dispersion relationship based on the small amplitude wave theory(the Airy wave theory) on the constant water depth is expressed as

$$\alpha = \beta \cdot \tanh\beta, \quad \alpha = k_0 h, \quad \beta = kh \quad (1)$$

where h is the water depth, $k_0 = 2\pi/L_0$ the wave number in deep water, L_0 the wave length in deep water, $k = 2\pi/L$ the wave number in shallow water and L the wave length in shallow water. Eq.(1) is a typical transcendental equation with the unknown variable of β . Numerical computation of Eq.(1) is made using Newton's method and a numerical solution with the relative error less than 10^{-10} obtained through iterative computations is regarded as a numerically exact solution of Eq.(1) in this study. An initial value in the computation β_a is due to either of the following expressions.

$$\left. \begin{aligned} \alpha \geq 1 \text{ or } h/L_0 \geq 1/2\pi : \beta_a = \alpha = 2\pi(h/L_0) \\ \alpha < 1 \text{ or } h/L_0 < 1/2\pi : \beta_a = \alpha^{1/2} = \{2\pi(h/L_0)\}^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

The number of iterations reaching a numerically exact solution is only from 2 to 4, because Newton's method has a property of quadratic convergence.

3. Approximate and explicit solutions (AESs) for computation of wave length and their accuracy

3.1 Classification of AESs^[1]

AESs published so far may be classified into 2 main groups, I : AESs applicable to a full range of relative water depth h/L_0 of 0 to ∞ and II : AESs valid for a limited range of h/L_0 . Each group may be sub-classified into ① AESs with simple form but lower accuracy, ②AESs with complicated or lengthy form but higher accuracy and ③2-step AESs with high accuracy. AESs of group II-① may be separated into (i)shallower water use and (ii)deeper water use.

Table 1 re-summarizes the above-mentioned description which has a slightly different form from Table 1 in Yamaguchi and Nonaka^[1]. AESs classified into I-① are the 1st and 2nd equations by Beji^[2](Beji-1, Beji-2), the 1st equation by Vatankhah and Aghashariatmadari^[3](Vata-1), the Padé approximation-based Hunt 4th order and 5th order solutions(Hunt-4, Hunt-5), and the 1st 4 equations by Chamberlain and Porter^[5](Cham-2, Cham-3, Cham-4, Cham-5). Then AESs classified into I-② are the 2nd equation by Vatankhah and Aghashariatmadari^[3](Vata-2), the Hunt 6th order and 9th order solutions (Hunt-6, Hunt-9) and the last 2

Table 1 Grouping of AESs.

| Group classification | Simple, low or moderate accuracy ^① | | Complicated or lengthy, high accuracy ^② | | 2-step AES high accuracy ^③ |
|---------------------------------|--|------------------|--|------------------|---------------------------------------|
| Full range of water depth I | Beji-1, Beji-2, Vata-1, Hunt-4, Hunt-5, Cham-2, Cham-3, Cham-4, Cham-5 | | Vata-2, Hunt-6, Hunt-9, Cham-6, Cham-7 | | Beji-1N ~ Cham-7N |
| Limited range of water depth II | Shallower water(i) | Deeper water(ii) | Shallower water(i) | Deeper water(ii) | |
| | You-1, You-4, Cham-6L, Cham-7L, CP-1 | CP-2, New-2S | New-1 | New-2, New-3 | |

equations by Chamberlain and Porter^[5](Cham-6, Cham-7). A set of AESs classified into I-^③ is the 1st iteration solution (2-step AES) by Newton's method taking each of the AESs as an initial value, in cases where 'N' is added to each of the notations such as Beji-1N.

Moreover AESs classified into II-^①(i) are the n -th order ($n \leq 3$) equations given by You^{[6]-[8]}(You-1, You-2/WT1, You-3/Niel2, You-4, You-5/You), the modified versions(Cham-6L/Olson3, Cham-7L/YNH) and the Chamberlain and Porter^[5] equation(CP-1) applicable only to a shallow water condition. An AES sub-grouped into II-^②(i)(shallower water) is the Newman^[9] 8th order equation(New-1) and an AES sub-grouped into II-^①(ii)(deeper water) is the Chamberlain and Porter^[5] equation(CP-2). Either the Newman^[9] 5th order solution(New-2) or 4th order solution(New-3) belongs to II-^②(ii)(deeper water). A simplified New-2 solution with the 2nd order(New-2S) is classified into II-^①(ii)(deeper water). The other AESs grouped in category II)-^① or II)-^② were discussed in Yamaguchi and Nonaka^[1].

Numerical computations are conducted for a range of $h/L_0 = 10^{-5} - 1$ with an increment of $\Delta(h/L_0) = 10^{-5}$. The error of each AES relative to the exact solution ε is defined as :

$$\varepsilon = (L_{app}/L_{exac} - 1) \times 100 \% \quad (3)$$

where the subscript 'app' means an approximated wave length and the subscript 'exac' means the exact wave length computed with an relative error less than 10^{-10} using Newton's method.

3.2 AESs applicable to a full range of relative water depth h/L_0

Each of the 2 AESs proposed by Beji^[2], its classification, its abbreviated notation and the maximum relative error ε_{max} indicated in his paper are written as :

$$\beta = \alpha \left[1 + \alpha^{1.3} \exp\{- (1.1 + 2.0\alpha)\} \right] / (\tanh \alpha)^{1/2}, \quad [\text{I -}^{\text{①}}, \text{ Beji-1, } \varepsilon_{max} = 0.187\%] \quad (4)$$

$$\beta = \alpha \left[1 + \alpha^{1.09} \exp\{- (1.55 + 1.30\alpha + 0.216\alpha^2)\} \right] / (\tanh \alpha)^{1/2}, \quad [\text{I -}^{\text{①}}, \text{ Beji-2, } \varepsilon_{max} = -0.044\%] \quad (5)$$

Also, those by Vatankhah and Aghashariatmadari^[3] are similarly expressed as

$$\beta = \alpha \left[1 + \alpha \cdot \exp\{- (1.835 + 1.225\alpha^{1.35})\} \right] / (\tanh \alpha)^{1/2}, \quad [\text{I -}^{\text{①}}, \text{ Vata-1, } \varepsilon_{max} = 0.019\%] \quad (6)$$

$$\beta = \frac{\alpha \left[1 + \alpha \cdot \exp\left\{-\left(3.2 + \alpha^{1.65}\right)\right\}\right]}{(\tanh \alpha)^{1/2}} + \alpha \left\{ 1 - \exp\left(-\alpha^{0.132}\right) \right\}^{(5.0532 + 2.158\alpha^{1.505})}, \quad [I - \textcircled{2}, \text{ Vata-2}, \varepsilon_{\max} = 0.001\%] \quad (7)$$

Both Vata-1 and Vata-2 may correspond to improved versions of Beji-1 and Beji-2 respectively. But Vata-2 has a rather sophisticated form compared to either Beji-1 or Beji-2.

Fig. 1 shows the relation between relative error ε and relative water depth h/L_0 for not only Eqs. Beji-1, Beji-2, Vata-1 and Vata-2 but also the 5th equation by Carvlho (Carv5) given in Yamaguchi and Nonaka^[1]. The characteristics of Carv5 is described as

$$\beta = \alpha / \tanh(1.2\alpha^{1/2}), \quad [I - \textcircled{1}, \text{ Carv5}, \varepsilon_{\max} = 0.27\%] \quad (8)$$

Relative error ε in any of the AESs yields a positive or negative behavior with respect to change of h/L_0 , which finally approaches zero with either infinitesimal decrease or infinite increase of h/L_0 .

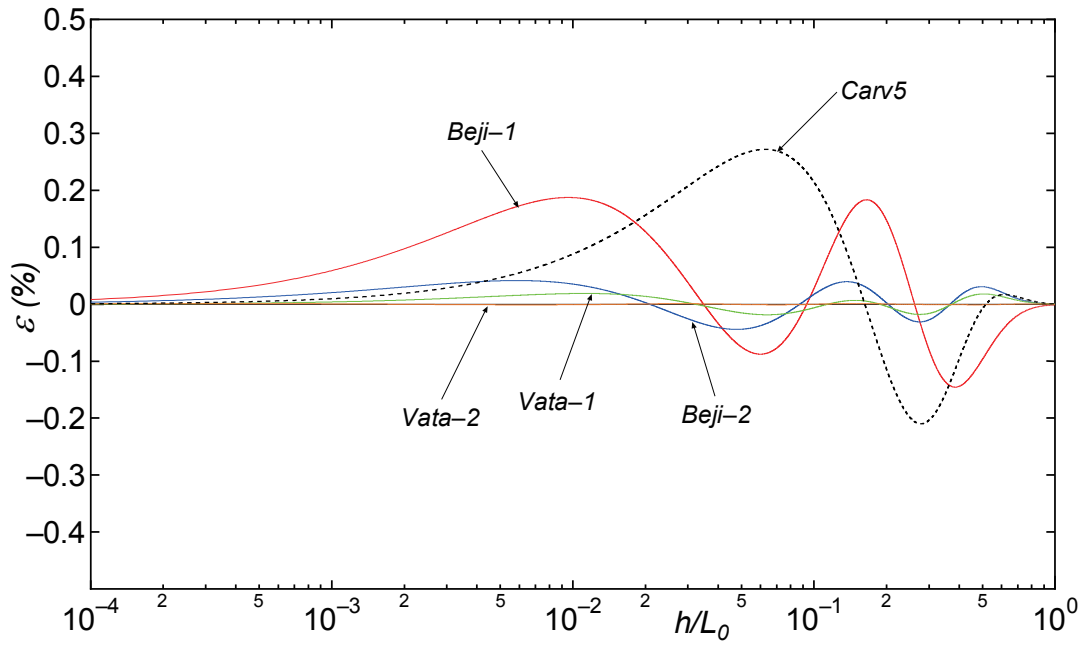


Fig. 1 Relation between relative error ε and relative water depth h/L_0 for any of Beji-1, Beji-2, Vata-1, Vata-2 and Carv5.

A range of the negative maximum and positive maximum relative error ε_{\max} and its corresponding h/L_0 for any of Beji-1, Beji-2, Vata-1, Vata-2 and Carv5 are collectively written as :

$$23) \text{ Beji-1 : } -0.15\% \quad (h/L_0 = 0.385) \sim 0.19\% \quad (h/L_0 = 0.010) \quad (9)$$

$$24) \text{ Beji-2 : } -0.044\% \quad (h/L_0 = 0.048) \sim 0.042\% \quad (h/L_0 = 0.006) \quad (10)$$

$$25) \text{ Vata-1 : } -0.019\% \quad (h/L_0 = 0.064) \sim 0.019\% \quad (h/L_0 = 0.011) \quad (11)$$

$$26) \text{ Vata-2 : } -0.0012\% \quad (h/L_0 = 0.006) \sim 0.0012\% \quad (h/L_0 = 0.149) \quad (12)$$

$$9) \text{ Carv5 : } -0.21\% \quad (h/L_0 = 0.278) \sim 0.27\% \quad (h/L_0 = 0.063) \quad (13)$$

The leading number such as 23) in Eq.(9) indicates the number connecting to the number provided in Table 2 by Yamaguchi and Nonaka^[1] and the same number such as 9) is given for the same case. Positive or negative maximum value of ε in Eq.(9) to Eq.(12) coincides with the one given in either of Beji^[2] or Vatankhah and Aghashariatmadari^[3]. In short, the maximum relative error ε_{\max} is 0.2 % for Beji-1, (-)0.04 % for Beji-2,

$\pm 0.02\%$ for Vata-1 and $\pm 0.001\%$ for Vata-2 respectively, as shown in each paper. Comparing with Carv5 which yields the highest accuracy in the previous single expression-based AESs grouped in I-①, Beji-1 gives a comparable accuracy and any of Beji-2, Vata-1 and Vata-2 produces a higher accuracy in this order. It should be emphasized that Vata-2 consisting of 2 terms has too complicated a form. In addition, the reason why Beji-1 as well as the below-mentioned Cham-3 leaves a significant relative error greater than the other AESs even in a very small h/L_0 case such as $h/L_0 = 10^{-4}$ is analytically and numerically investigated in the Appendix.

Next, the Padé-approximation-based Hunt^[4] equation with the 6th order of relative water depth of $\alpha (= 2\pi h/L_0)$ is given as :

$$\beta = \alpha^{1/2} \left\{ \alpha + \left(1 + D_1\alpha + D_2\alpha^2 + D_3\alpha^3 + D_4\alpha^4 + D_5\alpha^5 + D_6\alpha^6 \right)^{-1} \right\}^{1/2}, \quad [\text{I -}\text{②}, \text{Hunt-6}] \quad (14)$$

$$\begin{aligned} D_1 &= 2/3 \approx 0.6666666666, & D_2 &= 16/45 \approx 0.3555555555, \\ D_3 &= 152/945 \approx 0.1608465608, & D_4 &= 896/14175 \approx 0.0632098765, \\ D_5 &= 3392/155925 \approx 0.0217540484, & D_6 &= 9792/1497065 \approx 0.0065407982 \end{aligned} \quad (15)$$

The fraction-used expressions for the coefficients D_5 and D_6 in Eq.(14) are made in this study due to their lack in the Hunt^[4] paper. The numeric figure of D_5 with 10 digits are in perfect agreement with the one by Hunt^[4] and then it should be noted that the figure for D_6 is 10^{-10} , which differs from the one by Hunt^[4] ($D_6 = 0.0065407983$). Although the cause is not clear, the effect of the difference on relative error is substantially zero. In addition, the Hunt^[4] 4th order solution, its classification, the abbreviated notation and the maximum relative error ε_{max} are as follows :

$$\beta = \alpha^{1/2} \left\{ \alpha + \left(1 + 0.666\alpha + 0.445\alpha^2 - 0.105\alpha^3 + 0.272\alpha^4 \right)^{-1} \right\}^{1/2}, \quad [\text{I -}\text{①}, \text{Hunt-4}, \varepsilon_{max} = 0.2\%] \quad (16)$$

Fig. 2 indicates the relation between ε and h/L_0 for not only Hunt-4 and Hunt-6 but also Hunt-5 and Hunt-9 investigated in Yamaguchi and Nonaka^[1]. While Hunt-6 has a single negative peak of ε with h/L_0 , the other 3 AESs yield 2 positive and negative peaks. Hunt-6 shows a different behavior of ε from any of the other AESs.

Similar to the former cases, a range of the negative maximum and positive maximum relative error and its

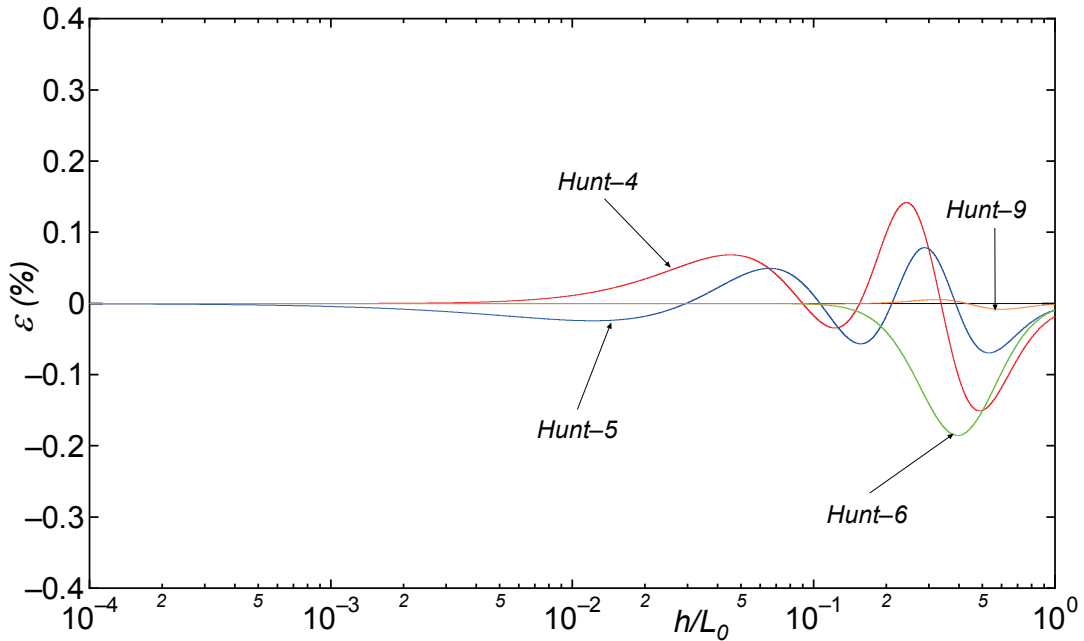


Fig. 2 Relation between relative error ε and relative water depth h/L_0 for any of Hunt-4, Hunt-5, Hunt-6 and Hunt-9.

corresponding h/L_0 for any of Hunt-4, Hunt-5, Hunt-6 and Hunt-9 are collected as

$$27) \text{ Hunt-4 : } -0.15\% \ (h/L_0 = 0.488) \sim 0.14\% \ (h/L_0 = 0.242) \quad (17)$$

$$12) \text{ Hunt-5 : } -0.070\% \ (h/L_0 = 0.532) \sim 0.078\% \ (h/L_0 = 0.288) \quad (18)$$

$$28) \text{ Hunt-6 : } -0.19\% \ (h/L_0 = 0.395) \sim 0.0\% \ (h/L_0 \rightarrow 0, \infty) \quad (19)$$

$$13) \text{ Hunt-9 : } -0.0082\% \ (h/L_0 = 0.603) \sim 0.0054\% \ (h/L_0 = 0.324) \quad (20)$$

The results for Hunt-6 and Hunt-9 were provided by Yamaguchi and Nonaka^[1]. The maximum relative error ε_{max} is (-)0.15 % for Hunt-4, 0.08 % for Hunt-5 and (-)0.008% for Hunt-9, which reveals decrease of the error associated with a higher order approximation. The error of (-)0.19 % for Hunt-6 is greater in absolute value than that for Hunt-4. Adjustment or tuning for the coefficients $D_1 \sim D_6$ in Eq. (14) may be required in order to make Hunt-6 more practical. Moreover, the accuracy of Hunt-9 with the maximum error of (-)0.008 % is lower than that of Vata-2 with an error of 0.0012 %. Vata-2 uses both exponential function with argument of real number power of α and hyperbolic function. This may correspond to making use of an infinite series with integer number power terms of variable α . On the other hand, Hunt-9 is expressed by a polynomial of degree 9 in variable α . Although Hunt-9 appears to have a lengthy form, Hunt-9 may be regarded as an AES with shorter and more compact form compared to AESs using exponential and hyperbolic functions such as Vata-1 and Vata-2.

Next, each of the 6 AESs proposed by Chamberlain and Porter^[5] but overlooked in Yamaguchi and Nonaka^[1], its classification, its abbreviated notation and the maximum relative error ε_{max} indicated in their paper are written in order as :

$$\beta = \alpha \left\{ 1 - \alpha / \left(e^\alpha \sinh \alpha \right) \right\}^{1/2}, \quad [\text{I -}\textcircled{1}, \text{ Cham-2}, \quad \varepsilon_{max} = 0.747\%] \quad (21)$$

$$\beta = \alpha \left\{ \left(4 \cosh^2 \alpha - \sinh 2\alpha + 2\alpha \right) / \left(\sinh 2\alpha + 2\alpha \right) \right\}^{1/2}, \quad [\text{I -}\textcircled{1}, \text{ Cham-3}, \quad \varepsilon_{max} = 2.73\%] \quad (22)$$

$$\beta = \alpha \left\{ \left(\sinh 2\alpha + 2\alpha \right) / \left(4 \sinh^2 \alpha - \sinh 2\alpha + 2\alpha \right) \right\}^{1/2}, \quad [\text{I -}\textcircled{1}, \text{ Cham-4}, \quad \varepsilon_{max} = 0.163\%] \quad (23)$$

$$\beta = \alpha \left[1 - \frac{4 \left\{ 1 - (1 + \alpha) e^{-2\alpha} \right\}}{\sinh 2\alpha + 2\alpha} \right]^{-1/4}, \quad [\text{I -}\textcircled{1}, \text{ Cham-5}, \quad \varepsilon_{max} = 0.0710\%] \quad (24)$$

$$\beta = \alpha \left(1 - \frac{2 \left\{ 3 - (3 + 6\alpha + 6\alpha^2 - 2\alpha^3) e^{-2\alpha} \right\}}{3 \left[\sinh 2\alpha + 2\alpha - 4 \left\{ 1 - (1 + \alpha) e^{-2\alpha} \right\} \right]} \right)^{-1/2}, \quad [\text{I -}\textcircled{2}, \text{ Cham-6}, \quad \varepsilon_{max} = 0.0126\%] \quad (25)$$

$$\beta = \alpha \left(1 - \frac{4 \left\{ 15 - (15 + 30\alpha + 30\alpha^2 + 5\alpha^3 - 10\alpha^4 + 2\alpha^5) e^{-2\alpha} \right\}}{15 \left[\sinh 2\alpha + 2\alpha - 4 \left\{ 1 - (1 + \alpha) e^{-2\alpha} \right\} \right]} \right)^{-1/4}, \quad [\text{I -}\textcircled{2}, \text{ Cham-7}, \quad \varepsilon_{max} = 0.00351\%] \quad (26)$$

Their 1st AES is neglected, because it coincides with the well-known Eckart equation described in Yamaguchi and Nonaka^[1].

Fig. 3 illustrates the relation between ε and h/L_0 for each of the 6 equations from Eq.(21) to Eq.(26). Eq.(26)-based ε has a positive peak and a negative peak with h/L_0 variation and the other equation-based ε takes a single negative peak respectively. The ε in any of the equations approaches zero with either decreasing or increasing h/L_0 . The positive maximum or negative maximum relative error and its corresponding h/L_0 are given as follows :

$$29) \text{ Cham-2 : } -0.742\% \ (h/L_0 = 0.2496) \sim 0.0\% \ (h/L_0 \rightarrow 0, \infty) \quad (27)$$

$$30) \text{ Cham-3 : } 2.805\% \ (h/L_0 = 0.0642) \sim 0.0\% \ (h/L_0 \rightarrow 0, \infty) \quad (28)$$

$$31) \text{ Cham-4 : } -0.162\% \ (h/L_0 = 0.1343) \sim 0.0\% \ (h/L_0 \rightarrow 0, \infty) \quad (29)$$

$$32) \text{ Cham-5 : } -0.0710\% \ (h/L_0 = 0.1246) \sim 0.0\% \ (h/L_0 \rightarrow 0, \infty) \quad (30)$$

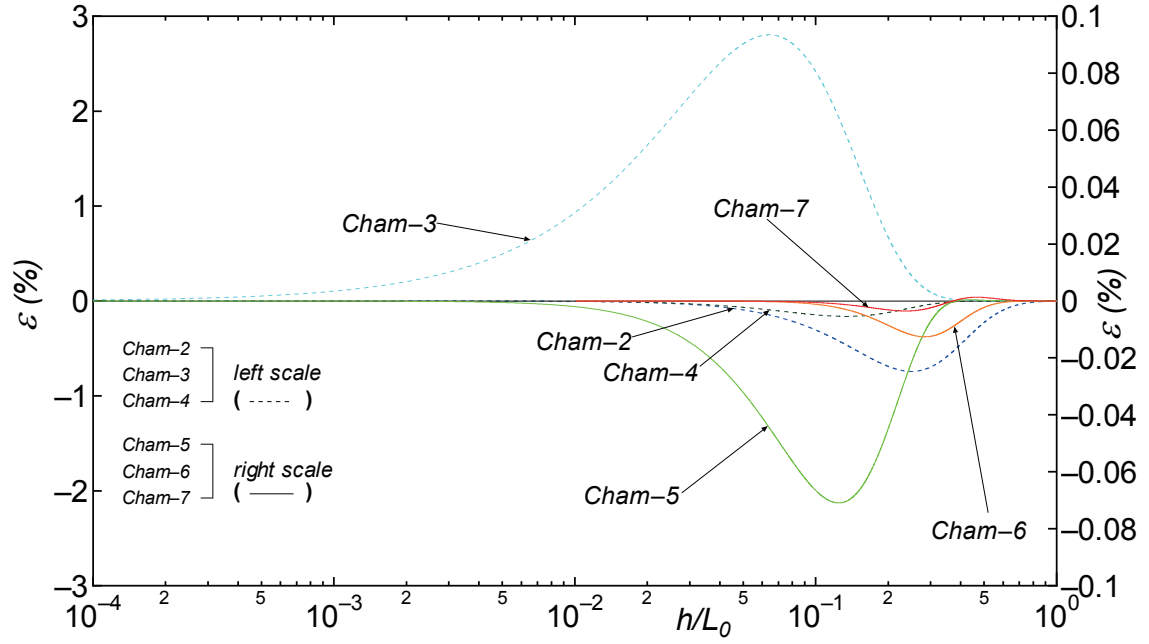


Fig. 3 Relation between relative error ε and relative water depth h/L_0 for any of Cham-2, Cham-3, Cham-4, Cham-5, Cham-6 and Cham-7.

$$33) \text{Cham-6} : -0.0126 \% \ (h/L_0 = 0.2830) \sim 0.0\% \ (h/L_0 \rightarrow 0, \infty) \quad (31)$$

$$34) \text{Cham-7} : -0.00351 \% \ (h/L_0 = 0.2368) \sim 0.00132\% \ (h/L_0 = 0.4662) \quad (32)$$

The maximum relative error (absolute value) ε_{max} in each equation is nearly identical with the value by Chamberlain and Porter^[5] indicated in Eq.(21) to Eq.(26) respectively. A negligibly small deviation may be due to some difference of the computation conditions. Looking at the accuracy of the equations in turn, the absolute ε_{max} in Eq.(21)(Cham-2) is (-)0.74 %, which is almost equal to either 0.75 % in the Guo^[1] equation as :

$$\beta = \alpha / \{ 1 - \exp(-\alpha^{m/2}) \}, \quad m = 2.4901 \quad (33)$$

or 0.73 % in the 2nd equation by Yamaguchi and Nonaka^[1] as :

$$\beta = \alpha \coth \left\{ \alpha (\coth \alpha^{m/2})^{1/m} \right\}, \quad m = 1.378 \quad (34)$$

The ε_{max} in Eq.(22)(Cham-3) is 2.81 %, which means insufficiently low accuracy for a sophisticated formulation of the equation. The ε_{max} in Eq.(23)(Cham-4) is (-)0.162 %, which is comparable to either 0.19 % in Eq.(4)(Beji-1) or 0.15 % in Eq.(10) (Hunt-4). The ε_{max} in Eq.(24)(Cham-5) is 0.071 %, which is close to 0.078 % in the Hunt-5 equation and greater than (-)0.044 % in Eq.(5)(Beji-2). The ε_{max} in Eq.(25)(Cham-6) is (-)0.0126 %, which is slightly smaller than 0.019 % in Eq.(6)(Vata-1). The ε_{max} in Eq.(26)(Cham-7) is (-)0.0035 %, which is greater than 0.0012 % in Eq.(7)(Vata-2) and less than 0.0082 % in the Hunt-9 equation.

It should be noted that a numerical computation using either Eq.(25)(Cham-6) or Eq.(26)(Cham-7) may require special consideration because of round-off error produced even in the double precision computations. That is, α -related expansion of either Eq.(25) or Eq.(26) under the assumption of $\alpha \leq 1$ yields the following equation to the order of α^3 with its classification and abbreviated notation including long wave approximation-based 'L' respectively as :

$$\beta = \alpha^{1/2} \left\{ 1 - (1/3)\alpha + (1/45)\alpha^2 + (1/189)\alpha^3 \right\}^{-1/2}, \quad [\text{II-}\textcircled{1}(\text{i}), \text{Cham-6L/Olson3}] \quad (35)$$

$$\beta = \alpha^{1/2} \left\{ 1 - (2/3)\alpha + (7/45)\alpha^2 - (4/945)\alpha^3 \right\}^{-1/4}, \quad [\text{II-}\textcircled{1}(\text{i}), \text{Cham-7L/YNH}] \quad (36)$$

in cases where the notation 'YNH' in Eq.(36), which comes from the initials of the present authors (Yamaguchi, Nonaka and Hatada). Eq.(25)(Cham-6)-based Eq.(35) coincides with either the Eq.(58)(You-5/You) mentioned below or the 7th order Olson equation of α to the 3rd order. Eq.(36) was derived in this study. Use of Eq.(35) for Eq.(25) and Eq.(36) for Eq.(26) is recommended in the case of $h/L_0 \leq 2 \times 10^{-3}$. In short, the Chamberlain and Porter^[5] equation excluding Eq.(22) indicates more improved accuracy with increasing degree of approximation. Eq.(22) is not good for practical use due to its relatively low accuracy.

3.3 2-step AESs with high accuracy applicable to a full range of relative water depth h/L_0

Highly accurate AESs may be derived by making use of the 1st iteration solution for the dispersion relationship Eq.(1) based on Newton's method as :

$$\beta = \frac{\alpha + \beta_a^2 \text{sech}^2 \beta_a}{\tanh \beta_a + \beta_a \text{sech}^2 \beta_a} = \frac{\alpha + \beta_a^2 (1 - \tanh^2 \beta_a)}{\tanh \beta_a + \beta_a (1 - \tanh^2 \beta_a)} \quad (37)$$

in cases where any of Eqs.(4), (5), (6) and (7) are given as an initial value β_a . The furthest right side term is expressed as a function of $\tanh \beta_a$ only, by taking computational efficiency into account. The 2-step solution is denoted as Beji-1N, Beji-2N, Vata-1N and Vata-2N in order, by adding ' N ' to each notation. These solutions are classified into I- $\textcircled{3}$.

Fig. 4 describes the relation between relative error ε and relative water depth h/L_0 for any of Beji-1N, Beji-2N, Vata-1N, Vata-2N and YN9. The YN9 is the result obtained under an initial value by use of a modified version of the Carvlho 4th AES(Yamaguchi and Nonaka^[1]). The absolute value of ε associated with oscillating change is quite small. A range of the relative error and the corresponding h/L_0 is collectively written as

$$35) \text{ Beji-1N} : -1.6 \times 10^{-4} \% \quad (h/L_0 = 0.009) \sim 2.1 \times 10^{-4} \% \quad (h/L_0 = 0.367) \quad (38)$$

$$36) \text{ Beji-2N} : -8.2 \times 10^{-6} \% \quad (h/L_0 = 0.006) \sim 1.1 \times 10^{-6} \% \quad (h/L_0 = 0.276) \quad (39)$$

$$37) \text{ Vata-1N} : -1.6 \times 10^{-6} \% \quad (h/L_0 = 0.011) \sim 3.7 \times 10^{-7} \% \quad (h/L_0 = 0.277) \quad (40)$$

$$38) \text{ Vata-2N} : -6.3 \times 10^{-7} \% \quad (h/L_0 = 0.006) \sim 8.1 \times 10^{-10} \% \quad (h/L_0 = 0.436) \quad (41)$$

$$11-8) \text{ YN9} : -1.1 \times 10^{-4} \% \quad (h/L_0 = 0.044) \sim 1.1 \times 10^{-4} \% \quad (h/L_0 = 0.274) \quad (42)$$

The relative error in this case takes a place corresponding to the accuracy of an initial value. In particular, the solution by Vata-2 may be regarded as a numerically quasi-exact solution for the sake of extremely small relative error of 10^{-6} to 10^{-9} . Also, YN-9 gives about 2 times higher accuracy than Beji-1N but more than 2 order magnitude-lower accuracy than the other 3 AESs. It may be said that use of an over-complicated AES for an initial value does not yield an efficient estimate, because 2 to 4 times iteration of Eq.(37) under the initial condition by Eq.(2) gives a numerically exact solution. In the very latest publication, Simarro and Orfila^[10] indicates that the 1st iteration solution of Newton's method with use of an initial estimate by Beji-2 gives the maximum relative error(absolute value) of $8.2 \times 10^{-6} \%$, the same value in Eq.(39), and that a higher accuracy is attained by using an initial value based on Vata-2.

Next, the 1st iteration solution by Newton's method using Eq.(37) under initial value by any of Hunt 4th, 5th, 6th and 9th order solutions is obtained in succession. These belong to the group classification of I- $\textcircled{3}$. Fig. 5 shows the relation between ε and h/L_0 for any of Hunt-4N, Hunt-5N, Hunt-6N and Hunt-9N, in cases where ' N ' is added to each notation. Any solution provides asymptotically zero-approaching behavior with

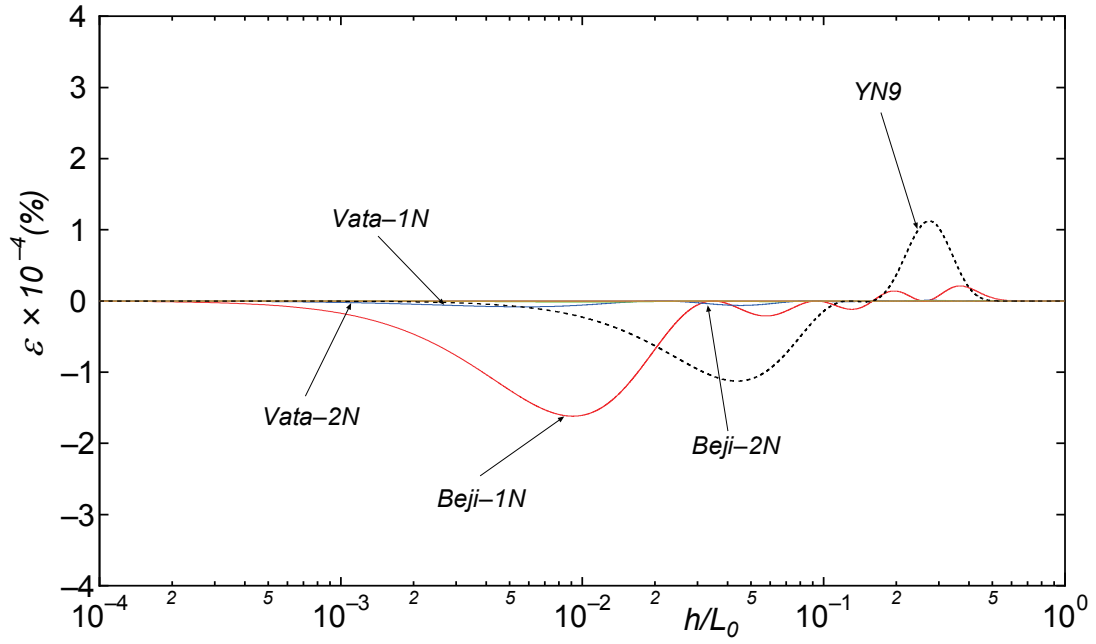


Fig. 4 Relation between relative error ε and relative water depth h/L_0 for any of Beji-1N, Beji-2N, Vata-1N, Vata-2N and YN9.

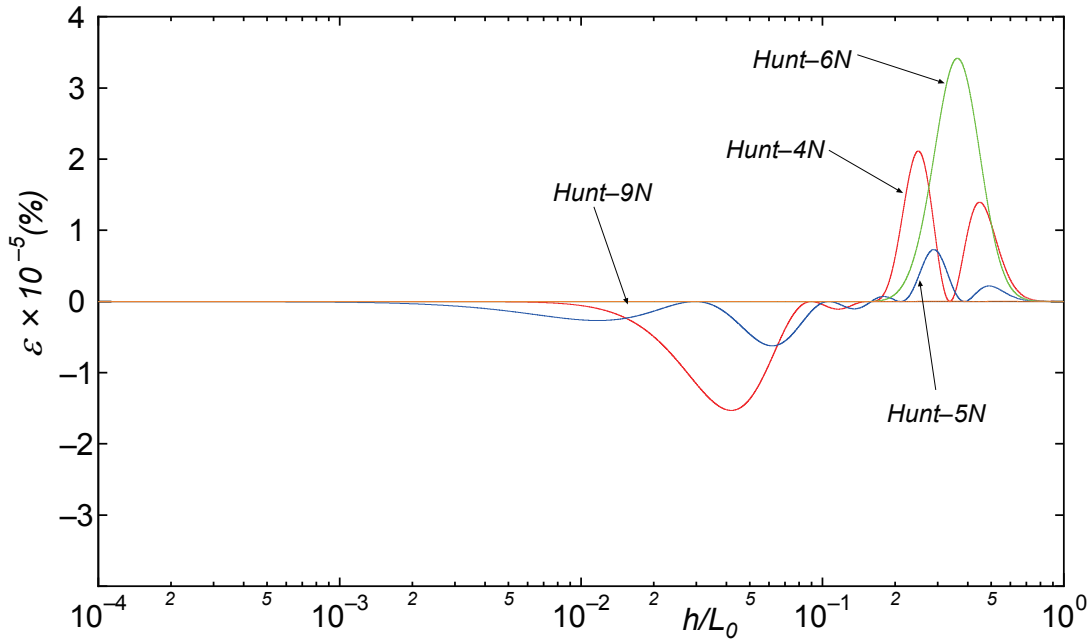


Fig. 5 Relation between relative error ε and relative water depth h/L_0 for any of Hunt-4N, Hunt-5N, Hunt-6N and Hunt-9N.

either infinitesimal h/L_0 ($h/L_0 \rightarrow 0$) or infinite h/L_0 ($h/L_0 \rightarrow \infty$) and positive/ negative change or change with seemingly only one positive hump(Hunt-6N) in a middle range of h/L_0 . A range of respective relative error and the corresponding h/L_0 is written as follows :

$$39) \text{ Hunt-4N : } -1.5 \times 10^{-5} \% \text{ (} h/L_0 = 0.042 \text{) } \sim 2.1 \times 10^{-5} \% \text{ (} h/L_0 = 0.249 \text{)} \quad (43)$$

$$40) \text{ Hunt-5N : } -6.2 \times 10^{-6} \% \text{ (} h/L_0 = 0.062 \text{) } \sim 7.3 \times 10^{-6} \% \text{ (} h/L_0 = 0.289 \text{)} \quad (44)$$

$$41) \text{ Hunt-6N} : -2.4 \times 10^{-8} \% \ (h/L_0 = 0.144) \sim 3.4 \times 10^{-5} \% \ (h/L_0 = 0.362) \quad (45)$$

$$42) \text{ Hunt-9N} : -1.8 \times 10^{-10} \% \ (h/L_0 = 0.095) \sim 3.4 \times 10^{-8} \% \ (h/L_0 = 0.320) \quad (46)$$

Hunt-6N yields a positive value-biased change of ε with h/L_0 , which reflects the error characteristics of Hunt-6. The relative error ε becomes smaller with increasing order in the Hunt equations except for Hunt-6N. Hunt-9N yields a smaller relative error than Vata-2N and results in a closer estimate to the exact solution. It may be concluded that for a practical use, Hunt-4N, the 1st iteration solution by eq.(37) under an initial value by Hunt-4 produces a satisfactory estimate for wave length, with a relative error within $\pm 2 \times 10^{-5} \%$.

In addition, Fig. 6 indicates the relation between ε and h/L_0 for any of Cham-2N, Cham-3N, Cham-4N, Cham-5N, Cham-6N and Cham-7N, each of which is obtained from the 1st iteration solution of Eq.(37) under the initial value by any of Eq.(21) to Eq.(26). These are classified into I-③. Any ε changes with h/L_0 , taking a positive peak and a negative peak, when the difference is prominent. The absolute value of ε is very small. A range of the relative error and the corresponding h/L_0 for each solution are given in succession as follows :

$$43) \text{ Cham-2N} : -1.42 \times 10^{-4} \% \ (h/L_0 = 0.1130) \sim 6.31 \times 10^{-4} \% \ (h/L_0 = 0.2703) \quad (47)$$

$$44) \text{ Cham-3N} : -2.21 \times 10^{-2} \% \ (h/L_0 = 0.0490) \sim 3.07 \times 10^{-4} \% \ (h/L_0 = 0.1880) \quad (48)$$

$$45) \text{ Cham-4N} : -3.11 \times 10^{-4} \% \ (h/L_0 = 0.00915) \sim 9.56 \times 10^{-6} \% \ (h/L_0 = 0.2035) \quad (49)$$

$$46) \text{ Cham-5N} : -6.65 \times 10^{-6} \% \ (h/L_0 = 0.0886) \sim 1.31 \times 10^{-6} \% \ (h/L_0 = 0.1961) \quad (50)$$

$$47) \text{ Cham-6N} : -4.83 \times 10^{-9} \% \ (h/L_0 = 0.1351) \sim 1.87 \times 10^{-7} \% \ (h/L_0 = 0.2870) \quad (51)$$

$$48) \text{ Cham-7N} : -8.94 \times 10^{-10} \% \ (h/L_0 = 0.1332) \sim 1.28 \times 10^{-8} \% \ (h/L_0 = 0.2500) \quad (52)$$

As indicated above, the absolute value of ε_{max} decreases with more sophisticated AES-based initial value except for the Cham-3N case. In particular, ε_{max} is $(-6.7 \times 10^{-6} \%$ for Cham-5N, $1.9 \times 10^{-7} \%$ for Cham-6N and $1.3 \times 10^{-8} \%$ for Cham-7N. Any of these solutions corresponds to a numerically quasi-exact solution. In a practical sense, Cham-2N yields a satisfactory estimate and Cham-5N may be preferable for more accurate

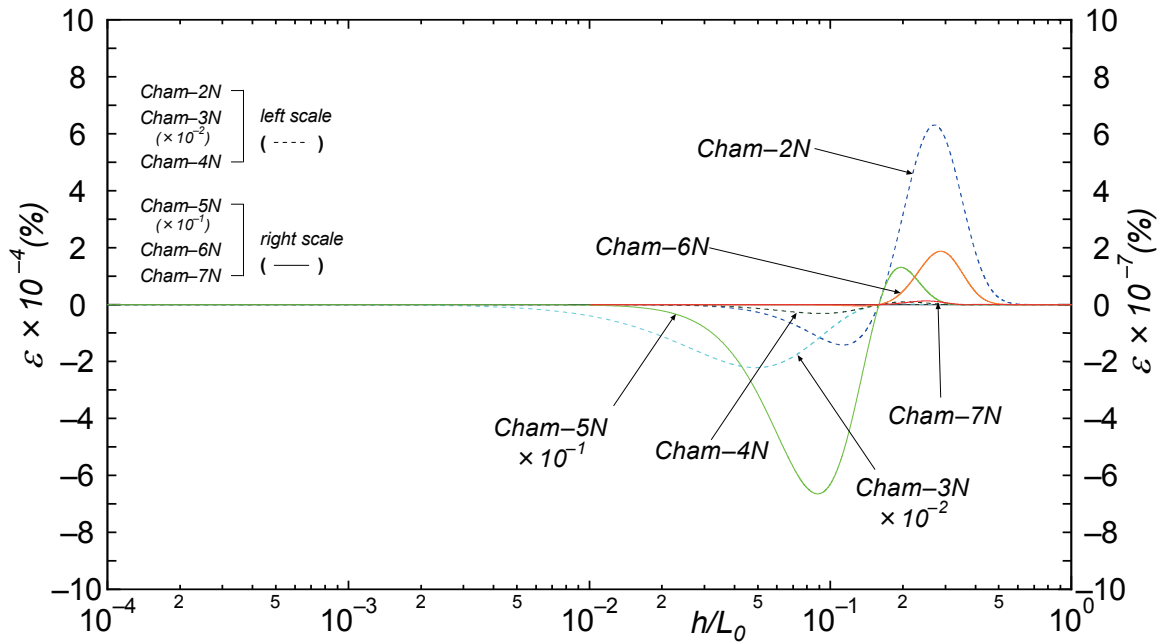


Fig. 6 Relation between relative error ε and relative water depth h/L_0 for any of Cham-2N, Cham-3N, Cham-4N, Cham-5N, Cham-6N and Cham-7N.

evaluation. Also, the accuracy of Cham-3N is relatively lower than the other cases, reflecting the accuracy of Cham-3 used for the initial value computation.

3.4 Application-limited PAESs to shallow water condition or deeper water condition

In the first part of this section, characteristics of the relative errors associated with the 5 PAESs including the Wu and Thornton^[1] PAES(WT1) introduced in You^{[6]-[8]} and the Chamberlain and Porter^[5] PAES(CP-1), any of which is applicable only to shallow water conditions, are discussed. These PAESs are respectively expressed as :

$$\beta = \alpha^{1/2} \{1 + (1/6)\alpha\}, \quad [\text{II}-\textcircled{1}(\text{i}), \text{You-1}] \quad (53)$$

$$\beta = \alpha^{1/2} \{1 + (1/6)\alpha + (1/30)\alpha^2\}, \quad [\text{II}-\textcircled{1}(\text{i}), \text{You-2/WT1}^{[1]}] \quad (54)$$

$$\beta = \alpha^{1/2} \{1 + (1/6)\alpha + (11/360)\alpha^2\}, \quad [\text{II}-\textcircled{1}(\text{i}), \text{You-3/Niel2}^{[1]}] \quad (55)$$

$$\beta = \alpha^{1/2} \{1 + (1/6)\alpha + (13/360)\alpha^2\}, \quad [\text{II}-\textcircled{1}(\text{i}), \text{CP-1}^{[6]}] \quad (56)$$

$$\beta = \alpha^{1/2} \{1 + (1/6)\alpha + (11/360)\alpha^2 + (17/5040)\alpha^3\}, \quad [\text{II}-\textcircled{1}(\text{i}), \text{You-4}] \quad (57)$$

$$\beta = \alpha^{1/2} \{1 + (1/3)\alpha + (4/45)\alpha^2 + (16/945)\alpha^3\}^{1/2}, \quad [\text{II}-\textcircled{1}(\text{i}), \text{You-5/You}^{[1]}] \quad (58)$$

Eq.(54) is the Wu and Thornton PAES(WT1) proposed in 1986, Eq.(55) the Nielsen 2nd PAES(Niel2) in 1982 and Eq.(58) the You^[6] PAES in 2003. Eq.(58) is in agreement with Eq.(35) or the Olson^[1] equation to $O(\alpha^3)$. Accuracy of these PAESs is given in Yamaguchi and Nonaka^[1] and in the table mentioned below. Also Eq.(56) is the Chamberlain and Porter^[5] PAES in 1999. Eqs.(53) to Eq.(58) are classified into II-①. Each equation asymptotically approaches a long wave theory-based $\alpha^{1/2}$ and then zero with decreasing h/L_0 . Also, α -expanded equation of Eq.(58) to $O(\alpha^3)$ is in complete agreement with Eq.(57), as described in You^[7]. Moreover, Eq.(35) and Eq.(36) are added in the following investigation.

Fig. 7 illustrates the relation between ε and h/L_0 for any of the above-mentioned 8 PAESs. With augmentation of h/L_0 , Eq.(53)(You-1)-based ε increasingly deviates from nearly zero to the positive side and Eq.(34)(You-4)-based ε from nearly zero to the negative side. Any of the remaining 3 PAESs, Eq.(54)(You-2/WT1), Eq.(55)(You-3/Niel2) and Eq.(58)(You-5/You) has a peak of ε with respect to h/L_0 and then shows a rapid fall of ε to the negative side. It should be added that Eq.(53)(You-1)-based ε takes a peak value at a large h/L_0 of 0.955.

Table 2 lists the peak value of relative error ε_{peak} with respect to h/L_0 and the corresponding $(h/L_0)_{peak}$, and $(h/L_0)_r$ yielding any of the reference relative errors ε_r of 1 %, 0.5 %, 0.1 %, 0.05 % and 0.01 % in cases where the notation '+' is given for positive error in the parenthesis and the notation '-' for negative error. A smaller $(h/L_0)_r$ is adopted in the multi- $(h/L_0)_r$ cases. Absolute value of relative error ε becomes smaller than the reference relative error ε_r in a range of h/L_0 less than an indicated $(h/L_0)_r$ value. The following description may be made from the table :

- (1) An applicability region of each equation naturally becomes narrower with decrease of the reference relative error ε_r .
- (2) The applicability region of Eq.(53)(You-1) is too narrow to be available for a practical use.
- (3) The applicability region of Eq.(54)(You-2/WT1) is somewhat wider than that of Eq.(58)(You-5/You) for each of the reference relative errors except for $\varepsilon_r=0.01$ % case. The region of Eq.(57)(You-4) is relatively narrow.
- (4) The applicability region of Eq.(55)(You-3/Niel2) is wide in the case of a larger reference relative error, but

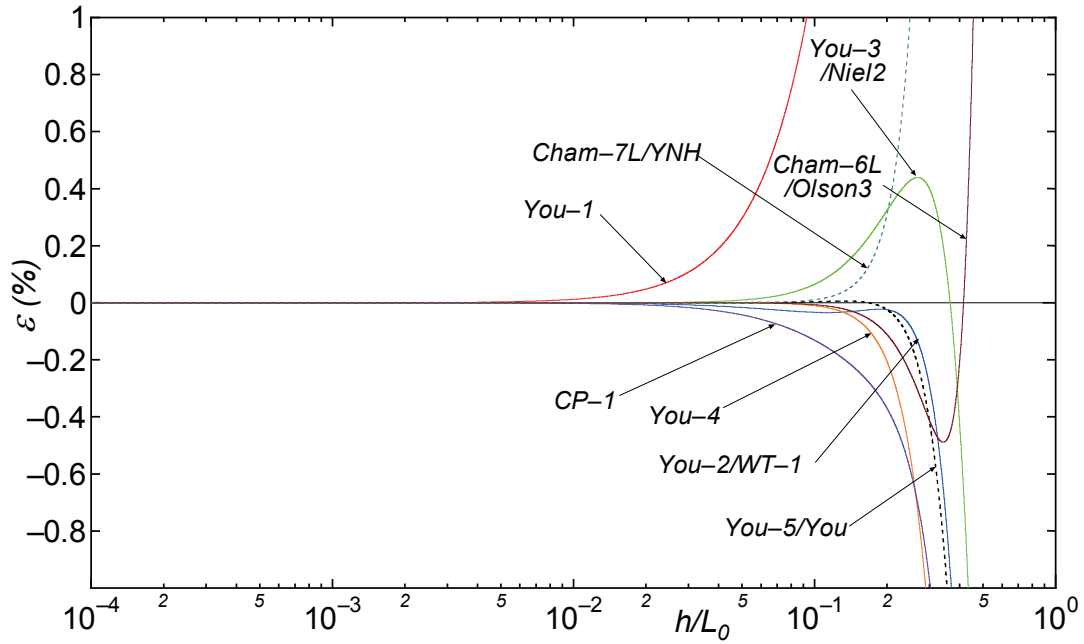


Fig. 7 Relation between relative error ε and relative water depth h/L_0 for any of You-1, You-2, You-3, You-4 and You-5.

Table 2 peak value ε_{peak} , corresponding $(h/L_0)_{peak}$ and reference value ε_r -based $(h/L_0)_r$ for the shallow water case(1).

| Name, eq. | $\varepsilon_{peak} \cdot (h/L_0)_{peak}$ | $(h/L_0)_r$ ($\varepsilon_r = 1\%$) | $(h/L_0)_r$ ($\varepsilon_r = 0.5\%$) | $(h/L_0)_r$ ($\varepsilon_r = 0.1\%$) | $(h/L_0)_r$ ($\varepsilon_r = 0.05\%$) | $(h/L_0)_r$ ($\varepsilon_r = 0.01\%$) |
|-------------|---|--|--|--|---|---|
| You-1, (53) | 22.48% · 0.955 | 0.093(+) | 0.065(+) | 0.029(+) | 0.020(+) | 0.009(+) |
| You-2, (54) | -0.034% · 0.113 | 0.369(-) | 0.327(-) | 0.257(-) | 0.233(-) | 0.036(-) |
| You-3, (55) | 0.44% · 0.268 | 0.434(-) | 0.405(-) | 0.118(+) | 0.091(+) | 0.051(+) |
| CP-1, (56) | — — | 0.303(-) | 0.233(-) | 0.084(-) | 0.055(-) | 0.023(-) |
| You-4, (57) | — — | 0.289(-) | 0.245(-) | 0.169(-) | 0.144(-) | 0.100(-) |
| You-5, (58) | 0.0054% · 0.133 | 0.355(-) | 0.310(-) | 0.238(-) | 0.217(-) | 0.185(-) |
| Cham-6L(35) | -0.489% · 0.342 | 0.455(+) | 0.438(+) | 0.194(-) | 0.163(-) | 0.109(-) |
| Cham-7L(36) | — — | 0.249(+) | 0.219(+) | 0.160(+) | 0.139(+) | 0.099(+) |

rapidly becomes narrower in case of a smaller reference relative error.

(5) The reference relative error of $\varepsilon_r = \pm 0.01\%$ gives fairly small $(h/L_0)_r$ for any of Eq.(53) to Eq.(56). But in case of Eq.(58)(You-5/You), $(h/L_0)_a$ takes a relatively large value of 0.185. In short, within an applicability region of each equation, Eq.(54)(You-2/WT1) may be applicable for a reasonable estimation of wave length and use of Eq.(58)(You-5/You) may be recommended and for more accurate estimation.

(6) The applicability region of either Eq.(35)(Cham-6L) or Eq.(36)(Cham-7L) is narrower than that of Eq.(58)(You-5/You).

In short, within an applicability region of each equation, Eq.(54)(You-2/WT1) may be available for a reasonable

estimation of wave length and use of Eq.(58)(You-5/You) may be recommended for more accurate estimation.

A range of relative error and the corresponding h/L_0 for any of Eq.(53)(You-1), Eq.(56)(CP-1), Eq.(57)(You-4), Eq.(35)(Cham-6L/Olson3) and Eq.(36)(Cham-7L/YNH) are written in order as :

$$49) \text{ You-1 : } 1\% \ (h/L_0 = 0.093) \sim 0\% \ (h/L_0 \rightarrow 0) \quad (59)$$

$$50) \text{ CP-1 : } -0.1\% \ (h/L_0 = 0.084) \sim 0\% \ (h/L_0 \rightarrow 0) \quad (60)$$

$$51) \text{ You-4 : } -0.01\% \ (h/L_0 = 0.100) \sim 0\% \ (h/L_0 \rightarrow 0) \quad (61)$$

$$52) \text{ Cham-6L/Olson3 : } -0.01\% \ (h/L_0 = 0.109) \sim 0\% \ (h/L_0 \rightarrow 0) \quad (62)$$

$$53) \text{ Cham-7L/YNH : } 0.01\% \ (h/L_0 = 0.099) \sim 0\% \ (h/L_0 \rightarrow 0) \quad (63)$$

A similar investigation is conducted for the Nielsen 1st PAES(Niel1, group II-①(i)), the Venezian 1st PAES(Vene1, group II-①(i)), the Venezian 2nd PAES(Vene2, group II-②(i)) and the 7th order Olson PAES(Olson7, group II-②(i)), in cases where the error characteristics were discussed in Yamaguchi and Nonaka^[1]. Table 3 lists the peak value of relative error ε_{peak} with respect to h/L_0 and the corresponding $(h/L_0)_{peak}$, and $(h/L_0)_r$ yielding any of the reference relative errors ε_r of 1 %, 0.5 %, 0.1 %, 0.05 % and 0.01 % for the above-mentioned 4 PAESs as well as Table 2. Fig. 8 shows the relation between ε and h/L_0 for each PAES. The following feature is indicated from the table and the figure :

- (1) The critical value $(h/L_0)_r$ for ε_r becomes naturally smaller with the decrease of ε_r . The degree of decrease is greater in Niel1 with low approximation. This tendency is also observed in Vene1.
- (2) The critical value $(h/L_0)_r$ for either Olson7 or Vene2 is relatively large and the reduction rate of $(h/L_0)_r$ value associated with the lowering of ε_r is moderate. This means a wider applicability of either Olson7 or Vene2.

Next, the Nielsen^[1] 3rd PAES(Niel3) and the Wu and Thornton^[1] 2nd PAES(WT2) applicable only to deeper water cases are written with classification and abbreviated name respectively as :

$$\beta = \alpha \{1 + 2\exp(-2\alpha)\}, \quad [\text{II-①(ii), Niel3}] \quad (64)$$

$$\beta = \alpha \{1 + 2t(1+t)\}, \quad t = \exp\{-2\alpha(1 + 1.26e^{-1.84\alpha})\}, \quad [\text{II-①(ii), WT2}] \quad (65)$$

Error characteristics of these PAESs were discussed in Yamaguchi and Nonaka^[1]. Also, the newly-investigated 2 PAESs in this study, that is the Chamberlain and Porter^[5] 2nd PAES(CP-2) and the simplified Newman^[9] PAES(New-2S) with classification and abbreviated name are given in order as :

$$\beta = \alpha \{1 + 2\alpha e^{-2\alpha} + 2(4\alpha - 5\alpha^2)e^{-4\alpha}\}, \quad [\text{II-①, CP-2}] \quad (66)$$

$$\beta = \alpha + 0.00005 + 1.9738\alpha e^{-2\alpha} - 5.26\alpha^2 e^{-4\alpha}, \quad [\text{II-①(ii), New-2S}] \quad (67)$$

Fig. 9 describes the relation between ε and h/L_0 for any of Niel3, WT2, CP-2 and New-2S.

Table 3 peak value ε_{peak} , corresponding $(h/L_0)_{peak}$ and reference ε_r -based $(h/L_0)_r$ for shallow water case(2).

| Name | $\varepsilon_{peak} \cdot (h/L_0)_{peak}$ | $(h/L_0)_r$ ($\varepsilon_r = 1\%$) | $(h/L_0)_r$ ($\varepsilon_r = 0.5\%$) | $(h/L_0)_r$ ($\varepsilon_r = 0.1\%$) | $(h/L_0)_r$ ($\varepsilon_r = 0.05\%$) | $(h/L_0)_r$ ($\varepsilon_r = 0.01\%$) |
|--------|---|--|--|--|---|---|
| Niel1 | -0.74% · 0.075 | 0.156(+) | 0.032(-) | 0.005(-) | 0.0025(-) | 0.0005(-) |
| Vene1 | 0.048% · 0.104 | 0.258(-) | 0.225(-) | 0.177(-) | 0.166(-) | 0.033(+) |
| Vene2 | - · - | 0.427(-) | 0.393(-) | 0.326(-) | 0.302(-) | 0.253(-) |
| Olson7 | - · - | 0.401(-) | 0.375(-) | 0.323(-) | 0.303(-) | 0.264(-) |

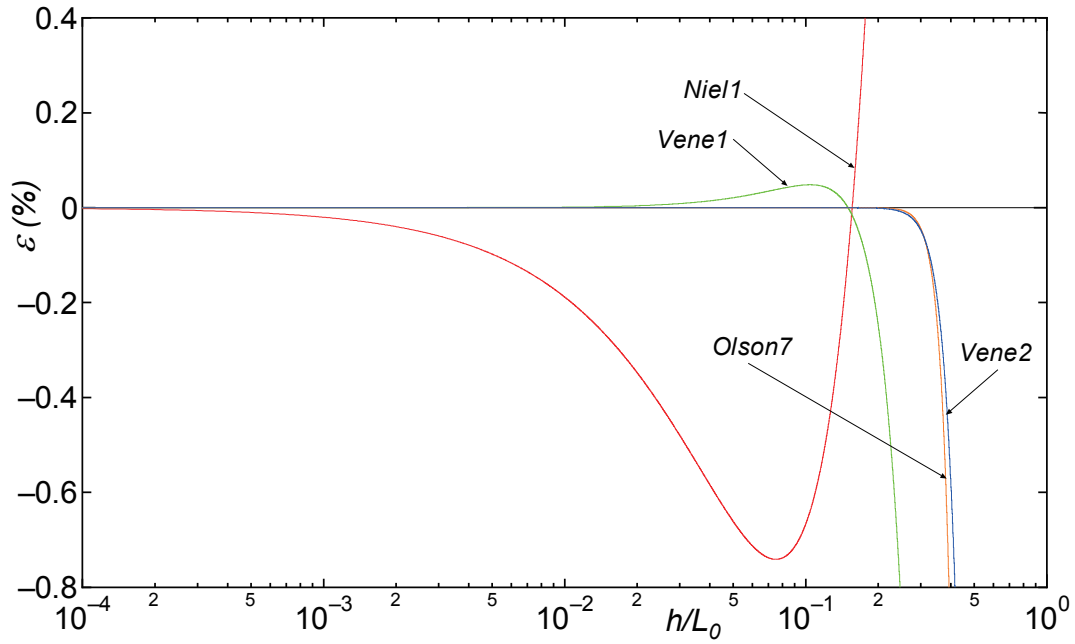


Fig. 8 Relation between relative error ε and relative water depth h/L_0 for any of Niel1, Vene1, Vene2 and Olson7.

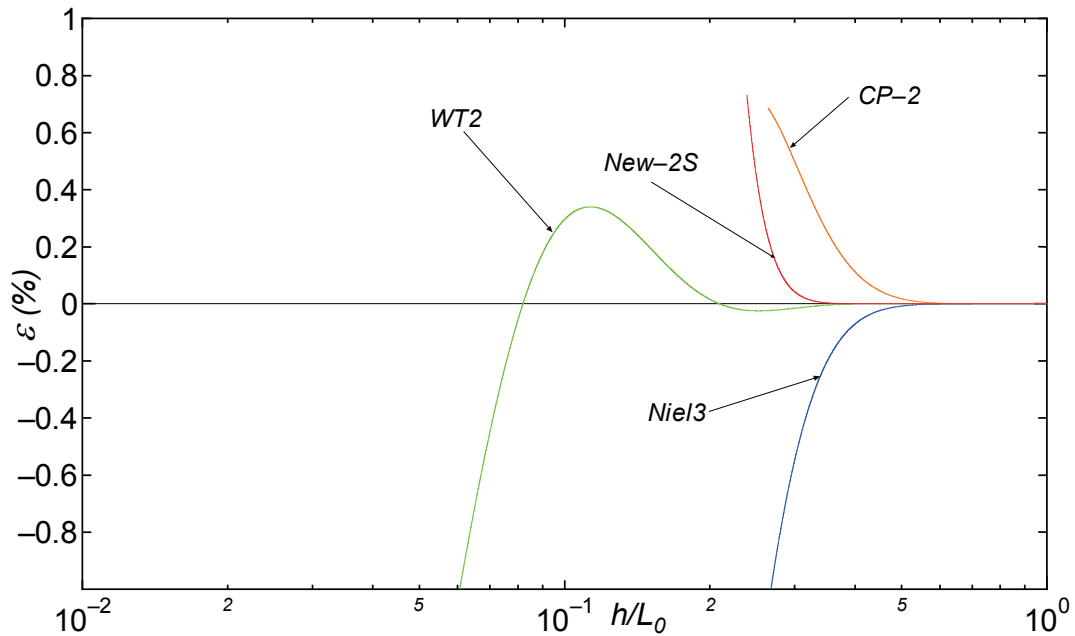


Fig. 9 Relation between relative error ε and relative water depth h/L_0 for any of Niel3, WT2, CP-2 and New-2S.

CP-2-based ε rapidly decreases from a positive value toward zero with increasing h/L_0 . A similar behavior seems to be observed for New-2S-based ε . Exactly speaking, New-2S-based ε approaches nearly zero taking negative and positive peak with increasing h/L_0 , as shown below in Fig. 11. The constant term 0.00005 in Eq.(67)(New-2S) is a kind of error-adjusting factor. As a matter of fact, removal of this constant

term makes the maximum error twice and yields an improvement of accuracy in a larger region of h/L_0 . Relative error statistics for both CP-2 and New-2S are summarized as follows :

$$54) \text{ CP-2 : } 0.686\% \left(h/L_0 = 0.2642 \right) \sim 0\% \left(h/L_0 \rightarrow \infty \right) \quad (68)$$

$$55) \text{ New-2S : } 0.0020\% \left(h/L_0 = 0.3183 \right) \sim 0\% \left(h/L_0 \rightarrow \infty \right) \quad (69)$$

Table 4 gives a list of the results for any of Niel3, WT2, CP-2 and New-2S as well as Table 3. In a deeper water application case, a smaller $(h/L_0)_r$, signifies a wider application range of the PAES. In this sense, an application range of WT2 is rather wide in $\varepsilon_r \geq 0.05\%$ case, while that of either Niel3 or CP-2 is narrower. New-2S has a high accuracy of $\varepsilon_{max} = (-)0.002\%$, but the application range is not so wide as that of WT2. You^[7] states in his paper that Bagatur^[11] provides an approximate solution method based on the Newton-Raphson method. You^{[7],[8]} discusses characteristics of relative error with any of $\beta = \alpha^{1/2}$ and the above-mentioned Eq.(53) to Eq.(58) excluding Eq.(56). Also You^{[7],[8]} investigates relative error with Newton's method-based solution giving each of them as an initial value and proposes a preferable use of Eq.(37) associated with Eq.(55). But usage of this method may not be recommended, because the maximum relative error of 7×10^{-3} does not necessarily suggest a high accuracy for the application of Newton's method.

Table 4 peak value ε_{peak} , corresponding $(h/L_0)_{peak}$ and reference value ε_r -based $(h/L_0)_r$ for deeper water cases.

| Name, eq. | $\varepsilon_{peak} \cdot (h/L_0)_{peak}$ | $(h/L_0)_r$ ($\varepsilon_r = 1\%$) | $(h/L_0)_r$ ($\varepsilon_r = 0.5\%$) | $(h/L_0)_r$ ($\varepsilon_r = 0.1\%$) | $(h/L_0)_r$ ($\varepsilon_r = 0.05\%$) | $(h/L_0)_r$ ($\varepsilon_r = 0.01\%$) |
|--------------|---|--|--|--|---|---|
| Niel3, (64) | — · — | 0.268(+) | 0.304(+) | 0.384(+) | 0.416(+) | 0.489(+) |
| WT2, (65) | -0.025% · 0.252 | | | 0.171(+) | 0.186(+) | 0.321(-) |
| CP-2, (66) | — · — | | 0.300(+) | 0.468(+) | 0.445(+) | 0.529(+) |
| New-2S, (67) | -0.002% · 0.349 | | | 0.260(+) | 0.276(+) | 0.303(+) |

3.5 CPAESs applicable to a full range of relative water depth h/L_0

Combining a shallow water-limited PAES with a deeper water-limited PAES may yield a CPAES applicable to a full range of water depth conditions. These trials were conducted by Wu and Thornton^[1], You^[6], Chamberlain and Porter^[5] and Newman^[9]. But the CPAES by Wu and Thornton^[1] yields discontinuity of relative error at critical h/L_0 corresponding to an application limit of each PAES, which may not be a reasonable behavior. The CPAES by Chamberlain and Porter^[5] indicates the same property.

First, we investigated the error characteristics of 4 CPAESs such as ① the Chamberlain and Porter^[5] CPAES, ② CPAES consisting of You-3(Niel2) and WT-2(Eq.(55)+Eq.(65)), ③ CPAES combining YOU-3(Niel2) and Niel3(Eq.(55) +Eq.(64)), ④ CPAES combining You-5(You) and Niel3(Eq.(58)+Eq.(64)). The 2nd CPAES of the 4 CPAESs is made in this study and the latter 2 CPAESs were proposed by You^[6].

The CPAES by Chamberlain and Porter^[5], its classification, abbreviated name and maximum relative error(absolute value) ε_{max} are expressed as follows :

$$\beta = \begin{cases} \alpha^{1/2} \{ 1 + (1/6)\alpha + (13/360)\alpha^2 \}, & \alpha \leq 1.66 (h/L_0 \leq 0.264) \\ \alpha + 2(\alpha e^{-2\alpha}) + 2(4 - 5\alpha)(\alpha e^{-2\alpha})^2, & \alpha > 1.66 (h/L_0 > 0.264) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \text{(II - ①(i), CP - 1, } \varepsilon_{max} = (-)0.683\%) \quad (70) \\ & \text{(II - ①(ii), CP - 2, } \varepsilon_{max} = 0.683\%) \quad (71) \end{aligned}$$

Eq.(70)(CP-1) is the same form as Eq.(56) and Eq.(71)(CP-2) is the same form as Eq.(66). Their error characteristics have been discussed above. Relative errors by both PAESs at the connection point of $h/L_0 = 0.264$ have completely reversed positive and negative signs. Chamberlain and Porter^[5] says that transformation into the PAESs from the original AES Eq.(24)(Cham-5) made a simplification of the formula possible but yielded loss of the high accuracy. In fact, the accuracy of the CPAES becomes 10 times lower than that of the original AES.

Fig. 10 shows the relation between ε and h/L_0 for any of the above-mentioned 4 CPAESs. In the Chamberlain and Porter^[5] CPAES, Eq.(70)(CP-1)-based ε becomes greater toward the side with increase of h/L_0 and takes -0.678 % at $h/L_0 = 0.2642$. On the other hand, Eq.(71)(CP-2)-based ε gives 0.686 % at $h/L_0 = 0.2642$ and rapidly decreases toward zero from this point with an increase of h/L_0 . Accordingly, the Chamberlain and Porter^[5] CPAES yields the maximum relative error of $\varepsilon = \pm 0.68\%$ at $h/L_0 = 0.2642$, which means a significant relative error on the periphery of this critical h/L_0 value. As a final result, we may not be able to say from this property that the Chamberlain and Porter^[5] CPAES is a practically useful CPAES, although it has a simplified formulation. In the cases of the remaining 3 CPAESs, the 2 relative error curves cross each other at a certain value of h/L_0 respectively, as shown in Fig. 10. The relative error at a cross point is written in succession as :

56) CPAES consisting of You-3(Niel2) and WT2

$$0.186\% (h/L_0 = 0.152) \rightarrow 0\% (h/L_0 \rightarrow 0, \infty) \quad (72)$$

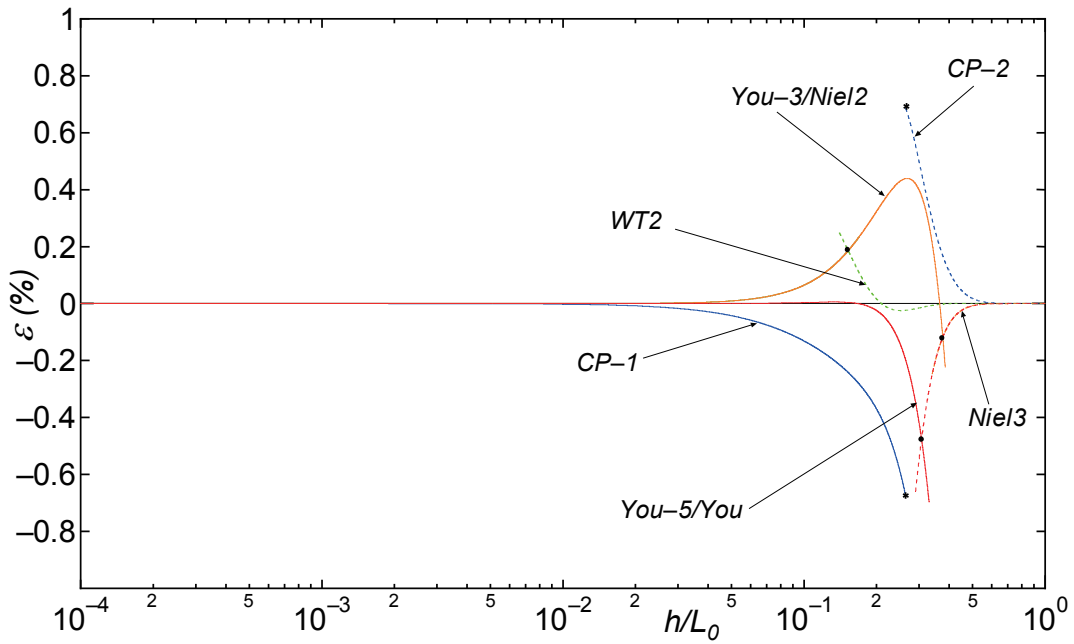


Fig. 10 Relation between relative error ε and relative water depth h/L_0 for any of Niel3, WT2, CP-2 and New-2S.

57) CPAES consisting of You-3(Niel2) and Niel3

$$-0.118\% \quad (h/L_0 = 0.376) \rightarrow 0\% \quad (h/L_0 \rightarrow 0, \infty) \quad (73)$$

58) CPAES consisting of You-5(You) and Niel3

$$-0.476\% \quad (h/L_0 = 0.307) \rightarrow 0\% \quad (h/L_0 \rightarrow 0, \infty) \quad (74)$$

Eq.(73) yields the least relative error(-0.118 %) in the above 3 CPAESs, but as can be seen in Fig. 10 and Table 2, You-3/Niel2 gives the peak relative error of 0.44 % at $h/L_0 = 0.268$ situating in the applicability range and then results in a large relative error throughout a full range of h/L_0 . Eq.(72), CPAES consisting of You-3/Niel2 and WT2 is the most proper CPAES of the 3 CPAESs. Remarks are added that the value of $h/L_0 = 0.376$ in Eq.(73) nearly corresponds to that of $\alpha = 2.37$ given in You^[6] and that the value of $h/L_0 = 0.307$ in Eq.(74) to that of $\alpha = 1.94$ in You^[6].

Next, the Newman^[9] PAESs, its classification and abbreviated notation are expressed in order as follows :

a) $\alpha \leq 2(h/L_0 \leq 0.3183)$;

$$\beta = \alpha^{1/2} / \left\{ 1.00000000 - 0.33333372(\alpha/2) - 0.01109668(\alpha/2)^2 + 0.01726435(\alpha/2)^3 + 0.01325580(\alpha/2)^4 - 0.00116594(\alpha/2)^5 + 0.00829006(\alpha/2)^6 - 0.01252603(\alpha/2)^7 + 0.00404923(\alpha/2)^8 \right\}$$

$$(II - \textcircled{2}(i), \text{New-1}) \quad (75)$$

b) $\alpha > 2(h/L_0 > 0.3183)$; $z = (1/2)\alpha e^{4-2\alpha}$,

$$\beta = \alpha + 0.000000122 + 0.073250017z - 0.009899981z^2 + 0.002640863z^3 - 0.000829239z^4 - 0.000176411z^5$$

$$(II - \textcircled{2}(ii), \text{New-2}) \quad (76)$$

and New-3 is given by Eq.(76) to $O(z^4)$ as

$$\beta = \alpha + 0.000000122 + 0.073250017z - 0.009899981z^2 + 0.002640863z^3 - 0.000829239z^4$$

$$(II - \textcircled{2}(ii), \text{New-3}) \quad (77)$$

Fig. 11 illustrates the relation between relative error ε and relative wave depth h/L_0 for any of Eq.(75)(New-1), Eq.(76)(New-2), Eq.(77)(New-3) and Eq.(67)(New-2S). The following features are indicated from this figure.

(1) Eq.(75)(New-1)-based ε is very small for $h/L_0 < 0.34$ as indicated by Newman^[9], but rapidly increases for $h/L_0 > 0.34$. Looking into ε with a steep rise indicates $\varepsilon = 1.63 \times 10^{-6}$ % at $h/L_0 = 0.3183$ ($\alpha = 2$), $\varepsilon = 2.23 \times 10^{-5}$ % at $h/L_0 = 0.3300$, $\varepsilon = 8.24 \times 10^{-5}$ % at $h/L_0 = 0.3400$, $\varepsilon = 5.42 \times 10^{-4}$ % at $h/L_0 = 0.3600$ and $\varepsilon = 1.15 \times 10^{-3}$ % at $h/L_0 = 0.3700$.

(2) Eq.(76)(New-2)-based ε rapidly decreases for $h/L_0 > 0.31$ and approaches nearly zero ($\varepsilon = 1.2 \times 10^{-7}$ %) with increasing h/L_0 . The behavior is represented by $\varepsilon = 1.71 \times 10^{-2}$ % at the above-mentioned separation point of $h/L_0 = 0.3183$ ($\alpha = 2$), $\varepsilon = 2.06 \times 10^{-3}$ % at $h/L_0 = 0.3600$, $\varepsilon = 7.33 \times 10^{-4}$ % at $h/L_0 = 0.3800$, $\varepsilon = 2.59 \times 10^{-4}$ % at $h/L_0 = 0.400$ and $\varepsilon = 1.51 \times 10^{-4}$ % at $h/L_0 = 0.4100$.

(3) The $h/L_0 - \varepsilon$ curves based on both Eq.(75)(New-1) and Eq.(76)(New-2) cross at $h/L_0 = 0.3705$, where ε is equal to=0.0012%. Each equation gives a rather small relative error ε within its effective range of h/L_0 , but as both ε curves intersect at h/L_0 situating outside of their effective range of h/L_0 , the relative error around the crossing point becomes somewhat greater in either case. For example, Eq.(75)(New-1)-based relative error ranges from $\varepsilon = 2.30 \times 10^{-4}$ % at $h/L_0 = 0.35$ to $\varepsilon = 1.20 \times 10^{-3}$ % and Eq.(76)(New-2)-based relative error from $\varepsilon = 1.20 \times 10^{-3}$ % at $h/L_0 = 0.3705$ to $\varepsilon = 4.36 \times 10^{-4}$ % at $h/L_0 = 0.3900$. If an application limit of Eq.(75)(New-1) and Eq.(76)(New-2) is taken at $\alpha = 2(h/L_0 = 0.3183)$, as was done by Newman^[9],

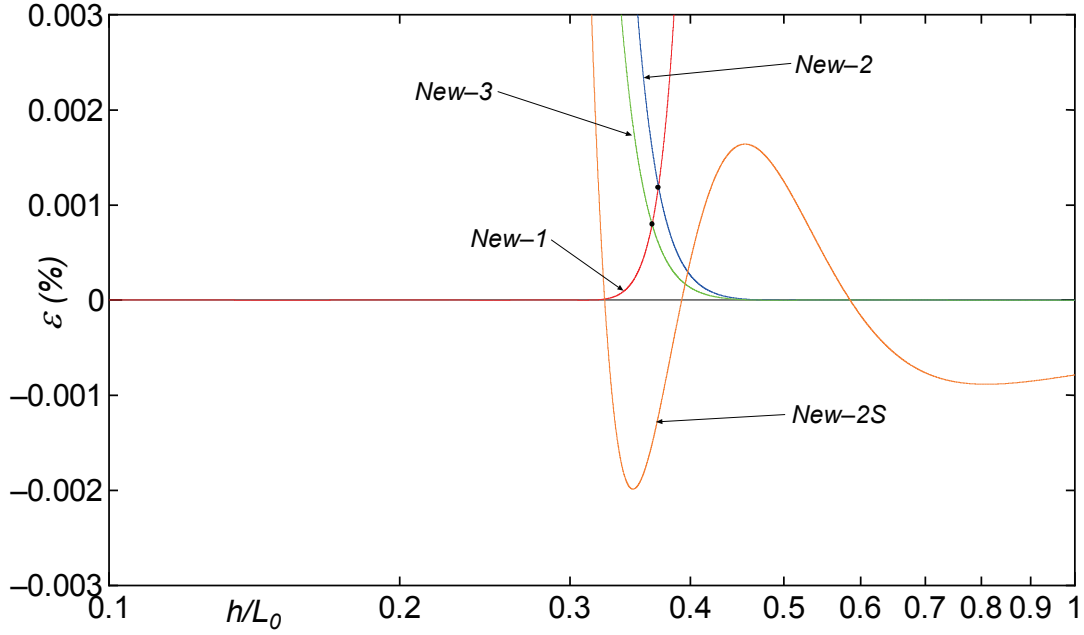


Fig. 11 Relation between relative error ε and relative water depth h/L_0 for any of New-1, New-2, New-3 and New-2S.

Eq.(75)(New-1) yields $\varepsilon = 1.63 \times 10^{-6} \%$ and Eq.(76)(New-2) $\varepsilon = 1.71 \times 10^{-2} \%$ respectively. The relative error at the connection point of $\alpha = 2$ ($h/L_0 = 0.3183$) becomes discontinuous. Specifically Eq.(76)(New-2) gives large relative error around the connection point and introduces significant decrease of accuracy in Eq.(76)(New-2)-based CPAES with the connection point of $\alpha = 2$ ($h/L_0 = 0.3183$).

(4) The 4th order Eq.(77)(New-3)-based ε decreases more rapidly with increasing h/L_0 than the 5th order Eq.(76)(New-2)-based ε and approaches nearly zero ($\varepsilon = 1.2 \times 10^{-7} \%$). Eq.(77)(New-3) has a little higher accuracy compared to Eq.(76)(New-2). In this context, Eq.(77)(New-3) provides $\varepsilon = 1.31 \times 10^{-4} \%$ at $h/L_0 = 0.400$ ($\varepsilon = 2.59 \times 10^{-4} \%$ for Eq.(76)(New-2)) and $\varepsilon = 7.75 \times 10^{-5} \%$ at $h/L_0 = 0.4100$ ($\varepsilon = 1.51 \times 10^{-4} \%$ for Eq.(76)(New-2)).

(5) Eq.(75)(New-1)-based relative error curve crosses the 4th order Eq.(77)(New-3)-based relative error curve at the value of $h/L_0 = 0.3650$, where ε takes $8.0 \times 10^{-4} \%$. That is, CPAES combining Eq.(75)(New-1) with Eq.(77)(New-3) in place of Eq.(76)(New-2) yields better accuracy.

The summary of the above discussion is described as follows :

59) CPAES of New-1 ($h/L_0 < 0.3705$) and New-2 ($h/L_0 \geq 0.3705$)

$$0\% \ (h/L_0 \rightarrow 0) \sim 1.20 \times 10^{-3} \% \ (h/L_0 = 0.3705) \sim 0\% \ (h/L_0 \rightarrow \infty) \quad (78)$$

60) CPAES of New-1 ($h/L_0 < 0.3650$) and New-3 ($h/L_0 \geq 0.3650$)

$$0\% \ (h/L_0 \rightarrow 0) \sim 8.0 \times 10^{-4} \% \ (h/L_0 = 0.3650) \sim 0\% \ (h/L_0 \rightarrow \infty) \quad (79)$$

It should be added that the effect of the constant term of 1.22×10^{-7} in either Eq.(76)(New-2) or Eq.(77)(New-3) on the relative error is extremely small and that its removal from each equation may be possible. The PAES for either shallow water region or deeper water region proposed by Newman^[9] has very high accuracy within each application range but its accuracy is lowered around an actual application limit for h/L_0 which is situated outside of the recommended application range. Even in this case, the accuracy of the above-mentioned CPAES with the maximum relative error of around 0.001% is rather high.

Table 5 indicates a list of relative error range of the investigated solutions, in cases where Table 2 in Yamaguchi and Nonaka^[1] is reinforced by the results of this study such as No. 23) to 60) and the notations, 12) Hunt1 and 13) Hunt2 in Table 2 are rewritten as 12) Hunt-5 and 13) Hunt-9 respectively.

4. Conclusions

This study investigates accuracy of approximate and explicit equations (AESs) for the Airy wave theory based-wave length presented after the publication of the Yamaguchi and Nonaka^[1] report in 2007 and several previous AESs non-discussed in the report, and draws out the following results :

(1) The 2 AESs by Beji^[2](Beji-1, Beji-2) and those by Vatankhah and Aghashariatmadari^[3](Vata-1, Vata-2) successively published in 2013 yield higher accuracy compared to the previous AESs respectively. In particular, the accuracy of Vata-2 consisting of 2 terms is very high, with an absolute value of the maximum relative error of 0.001 %. Practically, use of either Beji-2 with the maximum relative error of 0.04 % or Vata-1 with the maximum relative error of 0.02 % may be recommended for the sake of its comparatively compact form.

(2) Any of the Padé approximation-based Hunt^[4] AESs expressed by a power series of h/L_0 gives relatively high accuracy, corresponding to the used order number. Respective maximum relative error(absolute value) is 0.15 % for Hunt-4, 0.08 % for Hunt-5, 0.19 % for Hunt-6 and 0.008 % for Hunt-9. Improvement of Hunt-6 is required. The Hunt AESs have a more regular form compared to the AESs expressed by real number-powered variables, exponential functions and/or hyperbolic functions, although they seem to be a lengthy expression associated with the use of a polynomial. But, accuracy of Hunt-9(maximum relative error 0.008 %) does not exceed that of Vata-2 with 2 complicated terms(0.001%).

(3) The maximum relative error(absolute value) associated with each of the Chamberlain and Porter^[5] AESs is 0.16 % for Cham-4, 0.07 % for Cham-5, 0.013 % for Cham-6 and 0.0035 % for Cham-7. Sophistication of the AES gives rise to not only higher order accuracy but also more complicated formulation. As for the accuracy, Cham-7 is higher than Hunt-9 but lower than Vata-2.

(4) Maximum relative error(absolute value) with Newton's method-based 1st iteration solution which gives any of Beji-1, Beji-2, Vata-1 and Vata-2 as an initial estimate is very small such as 2×10^{-4} %, 8×10^{-6} %, 2×10^{-6} % and 6×10^{-7} % in this order. In particular, a range of relative error in the Vata-2 case is from -6×10^{-7} % to 8×10^{-10} % and the solution with Vata-2 corresponds to a numerically exact solution. This is brought about by the high accuracy of Vata-2 used for an initial guess. The maximum relative error is more than 2 orders of magnitude smaller than that of the previous best estimate.

(5) Maximum relative error(absolute value) of Newton's method-based 1st iteration solution which gives any of Hunt-4, Hunt-5, Hunt-6 and Hunt-9 as an initial estimate is 2×10^{-5} %, 7×10^{-6} %, 3×10^{-5} % and 3×10^{-8} % in this order. The magnitude is comparable to the result of (3) or slightly smaller.

(6) Maximum relative error(absolute value) of Newton's method-based 1st iteration solution which gives any of Cham-2, Cham-3, Cham-4, Cham-5, Cham-6 and Cham-7 as an initial estimate is 6×10^{-4} %, 3×10^{-4} %, 7×10^{-6} %, 2×10^{-7} % and 1×10^{-8} % in succession. The magnitude becomes smaller according to this order, reflecting the accuracy of an initial estimate. Cham-5-based 1st iteration solution of Newton's method gives a fairly satisfactory evaluation with the maximum relative error of 7×10^{-6} %, even when a highly accurate estimate would be requested.

Table 5 Summary of error range of the investigated approximate solutions.

| No. | formula | relative error (%) | No. | formula | relative error (%) |
|-------|----------------------|--|-------|---------|--|
| 1) | Eckart | 0~5.24 | 11-6) | YN7 | -0.0012~0.0012 |
| 2) | Iwagaki | -3.05~3.14 | 11-7) | YN8 | $-9 \times 10^{-4} \sim 8 \times 10^{-4}$ |
| 3) | Carv14 | -2.45~3.28 | 11-8) | YN9 | $-1.1 \times 10^{-4} \sim 1.1 \times 10^{-4}$ |
| 4) | FM | -1.39~1.66 | 11-9) | YN10 | $-7 \times 10^{-6} \sim 4 \times 10^{-5}$ |
| 5) | YN1 | -1.52~1.55 | 12) | Hunt-5 | -0.070~0.078 |
| 6) | Carv9 | -1.12~0 | 13) | Hunt-9 | -0.0082~0.0054 |
| 7) | Guo | -0.75~0.75 | 14) | Niel1 | $\pm 0.74 (h/L_0^* \leq 0.192)$ |
| 8) | YN2 | -0.73~0.73 | 15) | Niel2 | $\pm 0.44 (h/L_0^* \leq 0.401)$ |
| 9) | Carv5 | -0.21~0.27 | 16) | Vene1 | $\pm 0.048 (h/L_0^* \leq 0.165)$ |
| 10) | Carv4 | -0.12~0.20 | 17) | WT1 | $-0.034 \sim 0 (h/L_0^* \leq 0.219)$ |
| 11-1) | Fenton | -0.051~0.0084 | 18) | Niel3 | $-0.55 \sim 0 (h/L_0^* \geq 0.300)$ |
| 11-2) | YN3 | -0.0040~0.012 | 19) | WT2 | $\pm 0.025 (h/L_0^* \geq 0.195)$ |
| 11-3) | YN4 | -0.029~0.0067 | 20) | You | $\pm 0.0054 (h/L_0^* \leq 0.179)$ |
| 11-4) | YN5 | -0.0049~0.0049 | 21) | Olson | $\pm 3 \times 10^{-5} (h/L_0^* \leq 0.186)$ |
| 11-5) | YN6 | $-4 \times 10^{-4} \sim 1.4 \times 10^{-3}$ | 22) | Vene2 | $-2 \times 10^{-4} \sim 6 \times 10^{-6} (h/L_0^* \leq 0.159)$ |
| 23) | Beji-1 | -0.15~0.19 | 24) | Beji-2 | -0.044~0.042 |
| 25) | Vata-1 | -0.019~0.019 | 26) | Vata-2 | -0.0012~0.0012 |
| 27) | Hunt-4 | -0.15~0.14 | 28) | Hunt-6 | -0.19~0 |
| 29) | Cham-2 | -0.742~0 | 30) | Cham-3 | 0.0~2.81 |
| 31) | Cham-4 | -0.162~0 | 32) | Cham-5 | -0.071~0 |
| 33) | Cham-6 | -0.013~0 | 34) | Cham-7 | -0.0035~0.0013 |
| 35) | Beji-1N | $-1.6 \times 10^{-4} \sim 2.1 \times 10^{-5}$ | 36) | Beji-2N | $-8.2 \times 10^{-6} \sim 1.1 \times 10^{-6}$ |
| 37) | Vata-1N | $-1.6 \times 10^{-6} \sim 3.7 \times 10^{-7}$ | 38) | Vata-2N | $-6.3 \times 10^{-7} \sim 8.1 \times 10^{-10}$ |
| 39) | Hunt-4N | $-1.5 \times 10^{-5} \sim 2.1 \times 10^{-5}$ | 40) | Hunt-5N | $-6.2 \times 10^{-6} \sim 7.3 \times 10^{-6}$ |
| 41) | Hunt-6N | $-2.4 \times 10^{-8} \sim 3.4 \times 10^{-5}$ | 42) | Hunt-9N | $-1.8 \times 10^{-10} \sim 3.4 \times 10^{-8}$ |
| 43) | Cham-2N | $-1.4 \times 10^{-4} \sim 6.3 \times 10^{-4}$ | 44) | Cham-3N | $-2.2 \times 10^{-2} \sim 3.1 \times 10^{-4}$ |
| 45) | Cham-4N | $-3.1 \times 10^{-4} \sim 9.6 \times 10^{-6}$ | 46) | Cham-5N | $-6.7 \times 10^{-6} \sim 1.3 \times 10^{-6}$ |
| 47) | Cham-6N | $-4.8 \times 10^{-9} \sim 1.9 \times 10^{-7}$ | 48) | Cham-7N | $-8.9 \times 10^{-10} \sim 1.3 \times 10^{-8}$ |
| 49) | You-1 | $0 \sim 1 (h/L_0^* \leq 0.093)$ | 50) | CP-1 | $-0.68 \sim 0 (h/L_0^* \leq 0.264)$ |
| 51) | You-4 | $-0.01 \sim 0 (h/L_0^* \leq 0.100)$ | 52) | Cham-6L | $-0.01 \sim 0 (h/L_0^* \leq 0.109)$ |
| 53) | Cham-7L | $0 \sim 0.01 (h/L_0^* \leq 0.099)$ | 54) | CP-2 | $0.69 (h/L_0^* \geq 0.264)$ |
| 55) | New-2S | $0.0020 \sim 0 (h/L_0^* \geq 0.3186)$; $(h/L_0)_c = h/L_0^*$ | | | |
| 56) | You-3 (Niel2) +WT2 | $0 (h/L_0 \rightarrow 0) \sim 0.186 (h/L_0 = 0.152) \sim 0 (h/L_0 \rightarrow \infty)$ | | | |
| 57) | You-3 (Niel2) +Niel3 | $0 (h/L_0 \rightarrow 0) \sim 0.118 (h/L_0 = 0.376) \sim 0 (h/L_0 \rightarrow \infty)$ | | | |
| 58) | You-5 (You) +Niel3 | $0 (h/L_0 \rightarrow 0) \sim -0.476 (h/L_0 = 0.307) \sim 0 (h/L_0 \rightarrow \infty)$ | | | |
| 59) | New-1+New-2 | $0 (h/L_0 \rightarrow 0) \sim 0.0012 (h/L_0 = 0.3705) \sim 0 (h/L_0 \rightarrow \infty)$ | | | |
| 60) | New1+New-3 | $0 (h/L_0 \rightarrow 0) \sim 0.0008 (h/L_0 = 0.3650) \sim 0 (h/L_0 \rightarrow \infty)$ | | | |

(7) The You^{[6]-[8]} equations with several orders applicable only to shallow water conditions and their equivalences transformable to each other to $O(\alpha^3)$ such as Cham-6L and Cham-7L, yield relatively high accuracy within their limiting ranges. Compactness and accuracy of any of the You^{[6]-[8]} equations suggests an efficiency for practical use within its application range. In the case of reference relative error of 0.05 %, the limiting range of α^2 -based Eq.(54)(You-2/WT1) is $h/L_0 < 0.233$ and that of α^3 -based Eq.(58)(You-5/You) is $h/L_0 < 0.217$. Eq.(54)(You-2/WT1) has a wider application range than Eq.(58)(You-5/You), but in the 0.01 % relative error case, the α^2 -based Eq.(54)(You-2/WT1) does not have any application range.

(8) A limited accuracy and application range of the Chamberlain and Porter^[5] CP-2 PAES for deeper water conditions are not beneficial to its use. The Newman^[9] New-2S PAES has a high accuracy but a narrow application range of larger h/L_0 value. This suggests its incompatibility with CPAES.

(9) CPAES tends to yield a decrease of its accuracy at around a critical h/L_0 value connecting a PAES for shallow water use with a PAES for deeper water use. For this reason, overall accuracy of CPAES is lowered, even if each PAES gives high accuracy within the application range.

(10) CPAES consisting of You-3(Niel2) and WT2 with the maximum relative error of 0.118 % at the connection of $h/L_0 = 0.152$ is available for a moderately accurate application and CPAES consisting of New-1 and New-3 with the maximum relative error of 0.0008 % at the connection point of $h/L_0 = 0.365$ is recommended for a highly accurate application. The latter CPAES with 0.0008 % error indicates a further higher accuracy than a single expression-based Vata-2 with 0.0012 % error. On the other hand, both the Wu and Thornton^[1] CPAES composed of WT1 and WT2 and the Chamberlain and Porter^[5] CPAES composed of CP-1 and CP-2 give unfavorable discontinuity of the relative error at the connection point of h/L_0 respectively.

(11) In summary, it may be said that Vata-1 with the maximum relative error of 0.02 % makes it possible to easily estimate the wave length with a satisfactory accuracy for a full range of h/L_0 . Needless to say either any single expression-based AES of Cham-7, Vata-2 and Hunt-9 or New-1 and New-3-composed CPAES is available for more accurate estimation and thus, Newton's method-based 1st iteration solution with an initial guess based on one of these AESs is applicable for extremely high accuracy estimation.

References

- [1] Yamaguchi, M. and H. Nonaka: Comparative study of explicit solutions to wave dispersion equation, Annu. Jour. Eng.(Ehime Univ.), Vol.6, pp.213-222, 2007.
- [2] Beji, S.: Improved explicit approximation of linear dispersion relationship for gravity waves, Coast. Eng., Vol.73, pp.11-12, 2013.
- [3] Vatankhah, A.R. and Z. Aghashariatmadari: Improved explicit approximation of linear dispersion relationship for gravity waves: A discussion, Coast. Eng., Vol.78, pp.21-22, 2013.
- [4] Hunt, J.N.: Direct solution of wave dispersion equation, Jour. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng., ASCE, Vol.105, No.WW4, pp.457-459, 1979.
- [5] Chamberlain, O.G. and D. Porter: On the solution of the dispersion relation for water waves, Applied Ocean Res., Vol.21, pp.161-166, 1999.
- [6] You, Z.J.: Discussion of "Simple and explicit solution to the wave dispersion equation" [Coastal Engineering 45(2002) 71-74], Coast. Eng., Vol.48, pp.133-135, 2003.

- [7] You, Z.J.:Discussion of :Bagatur T., 2007. Modified Newton-Raphson solution for dispersion equation of transition water waves, Journal of Coastal Research, 23(6). 1588-1592, Jour. Coastal Res., Vol.24, No.5, pp.1349-1350, 2008.
- [8] You, Z.J.:A close approximation of wave dispersion relation for direct calculation of wave length in any coastal water depth, Applied Ocean Res., No.30, pp.113-119, 2008.
- [9] Newman, J.N.:Numerical solution of the water-wave dispersion relation, Applied Ocean Res., Vol.12, No.1, pp.14-18, 1990.
- [10] Simarro, G. and A. Orfila:Improved explicit approximation of linear dispersion relationship for gravity waves, Coast. Eng., Vol.80, p.15, 2013.
- [11] Bagatur, T.:Modified Newton-Raphson solution for dispersion equation of transition water waves, Jour. Coastal Res., Vol.23, No.6, pp.1588-1592, 2007.
- [12] Vatankhah, A.R. and Z. Aghashariatmadari:Improved explicit approximation of linear dispersion relationship for gravity waves : Comment on another discussion, Coastal Eng., Vol.81, pp.30-31, 2013.

Appendix A

1. PAESs for wave length computation based on long wave approximation

Expanding the dispersion relationship based on the Airy wave theory by fixing the power number in the total form of a polynomial under the assumption of $\alpha < 1$ yields each of the following PAESs to $O(\alpha^3)$ in succession :

$$\beta = \alpha^{1/2} \left\{ 1 + (1/6)\alpha + (11/360)\alpha^2 + (17/5040)\alpha^3 \right\}, \text{ [You-4]} \quad (\text{A-1})$$

$$\beta = \alpha^{1/2} \left\{ 1 + (1/3)\alpha + (4/45)\alpha^2 + (16/945)\alpha^3 \right\}^{1/2}, \text{ [You-5/You]} \quad (\text{A-2})$$

$$\beta = \alpha^{1/2} \left\{ 1 - (1/3)\alpha + (1/45)\alpha^2 + (1/189)\alpha^3 \right\}^{-1/2}, \text{ [Cham-6L/Olson3]} \quad (\text{A-3})$$

$$\beta = \alpha^{1/2} \left\{ 1 - (2/3)\alpha + (7/45)\alpha^2 - (4/945)\alpha^3 \right\}^{-1/4}, \text{ [Cham-7L/YNH]} \quad (\text{A-4})$$

Eq.(A-1) is equal to the You-4 given in Eq.(57), Eq.(A-2) the You-5/You given in Eq.(58), Eq.(A-3) the Cham-6L/Olson3 corresponding to the 3rd order Olson^[1] PAES and Eq.(A-4) is a PAES derived newly in this study. These PAESs are transformable to each other to $O(\alpha^3)$. As shown in Fig. A-1, the accuracy obtained by computation is ranked with very small difference from lowest Eq.(A-1)(You-4) to highest Eq.(A-3)(Cham-6L/Olson3) throughout Eq.(A-4)(Cham-7L/YNH) and Eq.(A-2)(You-5/You) in its order, in cases where the number enclosed in the parentheses of the notation in the figure indicates the order number of the total polynomial. Each PAES provides high accuracy for a range of h/L_0 less than 0.02 and approaches the exact solution with decreasing α . The relative error (absolute value) of each PAES at $h/L_0 = 0.02$ is $1.25 \times 10^{-4} \%$ for Eq.(A-1)(You-4), $1.24 \times 10^{-4} \%$ for Eq.(A-2)(You-5/You), $1.00 \times 10^{-4} \%$ for Eq.(A-3)(Cham-6L/Olson3) and $1.04 \times 10^{-4} \%$ for Eq.(A-4)(Cham-7L/YNH) respectively, that is around $10^{-4} \%$. When the level of the relative error(absolute value) is taken as either 0.01% or 0.1%, which is much higher than the $10^{-4} \%$ level, the corresponding h/L_0 is 0.100(0.169 in the 0.1% case) for Eq.(A-1) (You-4), 0.185(0.238) for Eq.(A-2)(You-5/You), 0.109(0.194) for Eq.(A-3)(Cham-6L/Olson3) and 0.099(0.160) for

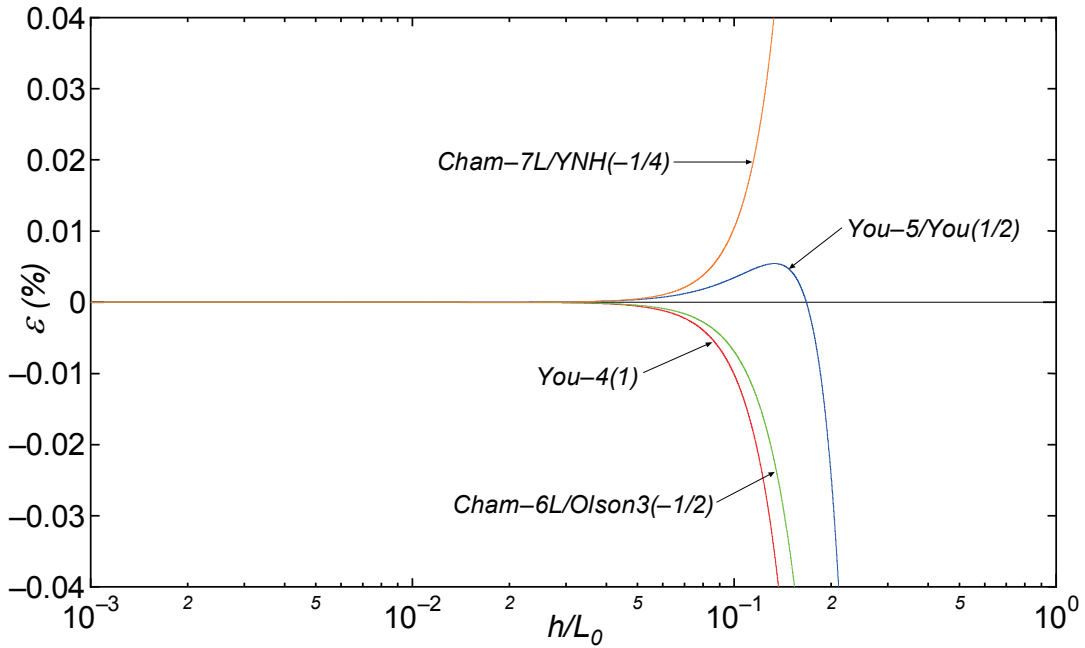


Fig. A-1 Relation between relative error ε and relative water depth h/L_0 for any of You-4, You-5/You, Cham-6L/Olson3 and Cham-7L/YNH.

Eq.(A-4)(Cham-7L/YNH).

In the following sections, the error behavior of Beji- n L , Vata- n L, Hunt- n L and Cham- n L PAESs respectively reduced to long wave conditions is investigated by taking Eq.(A-1)(You-4) with the simplest form for a standard PAES in the long wave region, in cases where n is a specified number of each PAES and 'L' is added to describe long wave conditions.

2. Long wave approximation to Beji- n and Vata- n AESs

Long wave approximation(LWA)-based PAES for any of Eq.(4)(Beji-1), Eq.(5)(Beji-2), Eq.(6)(Vata-1) and Eq.(7)(Vata-2) β_l and the residual expression from Eq.(A-1)(You-4) to $O(\alpha^2)$ $\Delta\beta$ denoted by addition of 'R', as exemplified by Beji-1LR with underline in succession as :

$$\beta_l = \alpha^{1/2} \left(1 + 0.3328711\alpha^{1.3} + (1/6)\alpha^2 - 0.6657422\alpha^{2.3} + 0.7212207\alpha^{3.3} \right), \quad [\text{Beji-1L}] \quad (\text{A-5})$$

$$\Delta\beta = \alpha^{1/2} \left\{ -(1/6)\alpha + 0.332871\alpha^{1.3} + (49/360)\alpha^2 \right\}, \quad [\underline{\text{Beji-1LR}}] \quad (\text{A-6})$$

$$\beta_l = \alpha^{1/2} \left(1 + 0.212248\alpha^{1.09} + (1/6)\alpha^2 - 0.2759224\alpha^{2.09} + 0.1688787\alpha^{3.09} \right), \quad [\text{Beji-2L}] \quad (\text{A-7})$$

$$\Delta\beta = \alpha^{1/2} \left\{ -(1/6)\alpha + 0.212248\alpha^{1.09} + (49/360)\alpha^2 \right\}, \quad [\underline{\text{Beji-2LR}}] \quad (\text{A-8})$$

$$\beta_l = \alpha^{1/2} \left(1 + 0.1596135\alpha + (1/6)\alpha^2 - 0.195526537\alpha^{2.35} + 0.02660225\alpha^3 \right), \quad [\text{Vata-1L}] \quad (\text{A-9})$$

$$\Delta\beta = \alpha^{1/2} \left\{ -0.007054\alpha + (49/360)\alpha^2 \right\}, \quad [\underline{\text{Vata-1LR}}] \quad (\text{A-10})$$

$$\beta_l = \alpha^{1/2} \left(1 + 0.0407622\alpha + (1/6)\alpha^2 - 0.04076221\alpha^{2.65} + 0.00679370\alpha^3 \right) + A, \quad (\text{A-11})$$

$$A = \alpha^{1.66702} \left(1 - 2.526233z + 3.392794z^2 - 3.133044z^3 + 2.024330z^4 - 0.7059084z^5 \right),$$

$$z = \alpha^{0.132}, \quad [\text{Vata-2L}]$$

$$\Delta\beta = \alpha^{1/2} \left\{ -0.125904\alpha + 1.0\alpha^{1.16702} - 2.526233\alpha^{1.29902} + 3.392794\alpha^{1.431022} - 3.133044\alpha^{1.563022} + 2.024330\alpha^{1.695022} - 0.7059084\alpha^{1.827022} + O(\alpha^{1.959022}) \right\}, \quad [\underline{\text{Vata-2LR}}] \quad (\text{A-12})$$

in cases where subscript 'l' is added to β in order to distinguish the LWA-based PAES from the original AES. The 1st term and 2nd term(A term) in Eq.(A-11) are called Vata-21L and Vata-22L respectively. As the above-mentioned LWA-based PAESs include the α^a terms with a different real power number a , their mutual relationship is not so clear in the derived form.

Also, the 2nd term in Eq.(7)(Vata-2) named Vata-22 is transformed into

$$\begin{aligned} \text{Vata-22} &= \alpha \times \left\{ 1 - \exp(-z) \right\}^{(5.0532+2.158\alpha^{1.505})} = \alpha \times z^{(5.0532+2.158\alpha^{1.505})} \times \left\{ \frac{1 - \exp(-z)}{z} \right\}^{(5.0532+2.158\alpha^{1.505})} \\ &= \alpha \times \alpha^{(0.132 \times (5.0532+2.158\alpha^{1.505}))} \times \left\{ \frac{1 - \exp(-z)}{z} \right\}^{(5.0532+2.158\alpha^{1.505})} \\ &= \alpha \times \alpha^{0.6670224} \times \alpha^{0.284856\alpha^{1.505}} \times \left\{ \frac{1 - \exp(-z)}{z} \right\}^{(5.0532+2.158\alpha^{1.505})} \\ &= \alpha^{1.6670224} \times \alpha^{0.284856\alpha^{1.505}} \times \left\{ \frac{1 - \exp(-z)}{z} \right\}^{(5.0532+2.158\alpha^{1.505})} = \textcircled{1} \times \textcircled{2} \times \textcircled{3} \end{aligned} \quad (\text{A-13})$$

The A term(Vata-22L) in the above-mentioned Eq.(A-11) valid for $\alpha < 0.01$ is obtained by taking notice of $\textcircled{2}$ $\alpha^{0.284856\alpha^{1.505}} \approx 1$ which ranges from 0.99872 for $\alpha = 0.01$ to nearly 1 for $\alpha \approx 0$ such as 0.9999399 for $\alpha = 0.001$ and by approximating $\textcircled{3}$ the 3rd term with use of the 5th order polynomial of z . Accuracy of the polynomial with an absolute error less than 0.001 is very high for a range of $\alpha < 0.01$.

Fig. A-2 indicates the relation between any of various kinds of Vata-2-based wave number characteristics and relative water depth h/L_0 . These are $\textcircled{1}$ Vata-21- and Vata-22-based dimensionless wave numbers β_l

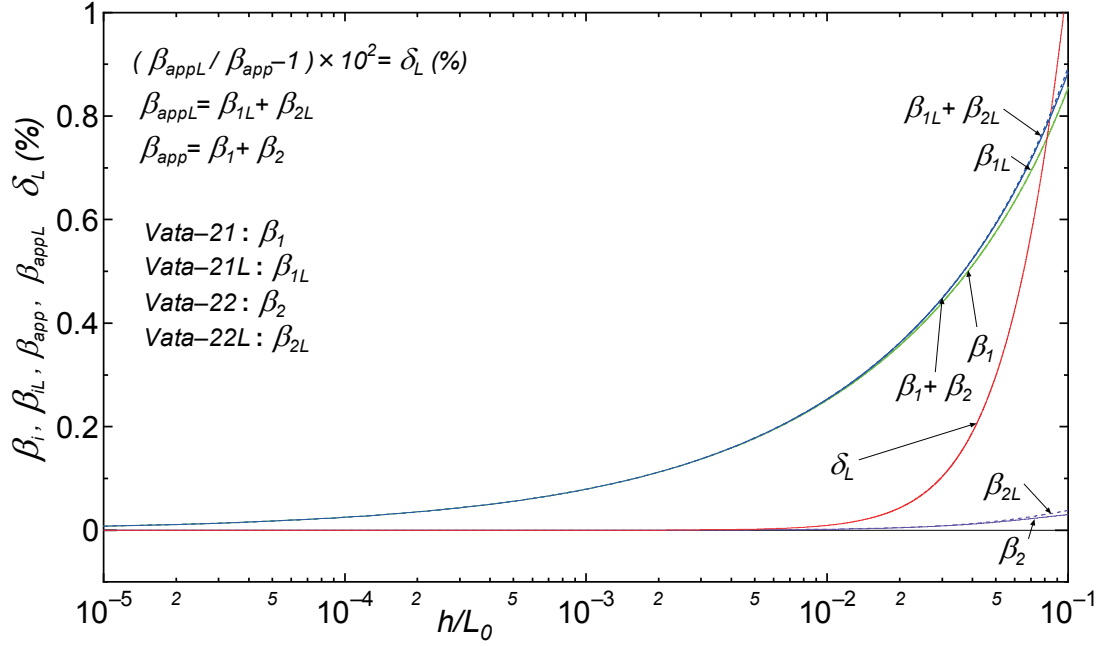


Fig. A-2 Change of any of dimensionless wave numbers β_1 , β_2 , β_{1L} , β_{2L} , β_{app} , β_{appL} and relative difference of wave number δ_L associated with increase of relative water depth h/L_0 in the case of Vata-2.

and β_2 , ②Vata-21L- and Vata-22L-based dimensionless wave numbers β_{1L} and β_{2L} , ③the sums such as β_{app} ($=\beta_1 + \beta_2$) and β_{appL} ($=\beta_{1L} + \beta_{2L}$), and ④percentage of relative difference between β_{appL} and β_{app} defined by $\delta_L = (\beta_{appL}/\beta_{app} - 1) \times 10^2$. Since accuracy of Vata-2-based β_{app} is very high, δ_L would be nearly regarded as the exact solution (β_{exac})-based $(\beta_{appL}/\beta_{exac} - 1) \times 10^2$, that is a relative error of LWA-based β_{appL} . It is observed from this figure that Vata-21-based β_1 is an order of magnitude greater than Vata-22-based β_2 and that β_2 plays the role of correction term to β_1 . While the effect of LWA on β_1 or β_2 becomes slightly greater with increasing h/L_0 , it may not be as significant within the range of h/L_0 given in the figure. This results in a gross agreement between β_1 and β_{1L} and between $\beta_1 + \beta_2$ and $\beta_{1L} + \beta_{2L}$ respectively. But, Vata-2L-based relative difference of wave number δ_L rises gradually and then rapidly with increasing h/L_0 for a range of $h/L_0 > 0.01$. In this connection, δ_L takes 0.0095% at $h/L_0 = 0.01$, 0.30% at $h/L_0 = 0.05$ and 1.08% at $h/L_0 = 0.1$. If a critical value for relative wave number difference is given as 0.1%, then an effective range of LWA for Vata-2 would be $h/L_0 < 0.03$. Of course, the effective range depends on a selected critical value. The critical value of h/L_0 for a 1% relative wave number difference becomes somewhat larger such as 0.0957~0.1.

Fig. A-3 illustrates the relation between relative difference of wave number δ_L and relative water depth h/L_0 for any of Beji-1L/Beji-1, Beji-2L/Beji-2, Vata-1L/Vata-1 and Vata-2L/Vata-2, in cases where LWA-based dimensionless wave number β_{appL} and the original equation-based dimensionless wave number β_{app} are used. Each relative difference δ_L rapidly develops toward the positive or negative side with augmentation of h/L_0 in a range of $h/L_0 > 0.005 \sim 0.01$. If a reference level to δ_L is taken as either 1% or 0.1%, the critical h/L_0 is 0.0281 (0.00974 in the case of 0.1%) for Beji-1, 0.0980 (0.0541) for Beji-2, 0.102 (0.0496) for Vata-1 and 0.0957 (0.0295) for Vata-2. For Beji-1, the critical h/L_0 takes a smaller value. For any of Beji-2, Vata-1 and Vata-2, it gives a comparable value of 0.01 for $\delta_L = 1\%$ and nearly twice the difference such as from 0.03 to 0.05 for $\delta_L = 0.1\%$.

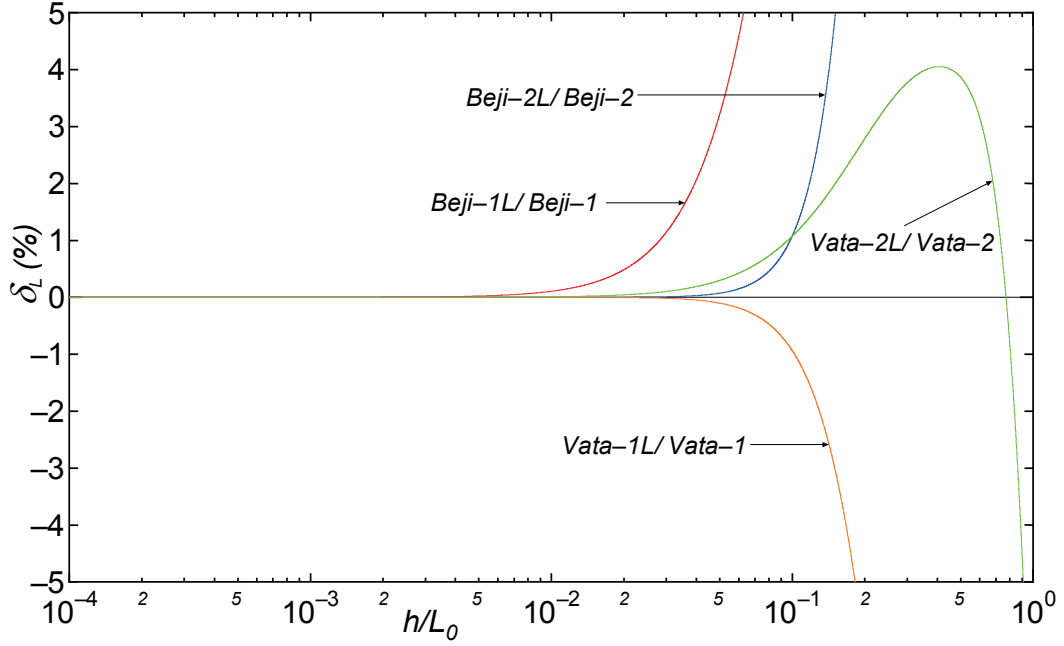


Fig. A-3 Relation between relative difference of wave number δ_L and relative water depth h/L_0 for any of Beji-1L/Beji-1, Beji-2L/Beji-2, Vata-1L/Vata-1 and Vata-2L/Vata-2.

3. Long wave approximation to Hunt- n AESs

The LWA-based expression for Hunt-4 β_l , β_a to $O(\alpha^2)$ and residual of β_a to $O(\alpha^2)$ from Eq.(A-1)(You-4) $\Delta\beta$ are written as

$$\beta_l = \alpha^{1/2} \left(1 + 0.334\alpha - 0.001444\alpha^2 + 0.40233\alpha^3 - 0.060924\alpha^4 \right)^{1/2}, \quad [\text{Hunt-4L}] \quad (\text{A-14})$$

$$\beta_a = \alpha^{1/2} \left\{ 1 + 0.167\alpha - 0.014665\alpha^2 \right\} \quad (\text{A-15})$$

$$\Delta\beta = \alpha^{1/2} \times \left(-0.045221\alpha^2 \right), \quad [\text{Hunt-4LR}] \quad (\text{A-16})$$

in cases where β_l is obtained by inverting the denominator in Hunt-4 and its truncation to $O(\alpha^4)$, and β_a is derived by transformation of the whole polynomial with 1/2 power into a usual polynomial. For any of Hunt-5, Hunt-6 and Hunt-9, β_l , β_a and $\Delta\beta$ are described as follows respectively :

$$\beta_l = \alpha^{1/2} \left(1 + 0.3478\alpha - 0.036835\alpha^2 + 0.32547\alpha^3 - 0.28165\alpha^4 + 0.022108\alpha^5 \right)^{1/2}, \quad [\text{Hunt-5L}] \quad (\text{A-17})$$

$$\beta_a = \alpha^{1/2} \left(1 + 0.1739\alpha - 0.033538\alpha^2 \right) \quad (\text{A-18})$$

$$\Delta\beta = \alpha^{1/2} \left\{ 0.00723\alpha - 0.064094\alpha^2 \right\}, \quad [\text{Hunt-5LR}] \quad (\text{A-19})$$

$$\beta_l = \alpha^{1/2} \left\{ 1 + \left(\frac{1}{3} \right) \alpha + \left(\frac{4}{45} \right) \alpha^2 + \left(\frac{16}{945} \right) \alpha^3 + \left(\frac{16}{14175} \right) \alpha^4 - \left(\frac{320}{467775} \right) \alpha^5 - \left(\frac{64}{5} \right) \left(\frac{106}{218295} - \frac{153}{299413} \right) \alpha^6 \right\}^{1/2},$$

[Hunt-6L] (A-20)

$$\beta_a = \alpha^{1/2} \left\{ 1 + (1/6)\alpha + (11/360)\alpha^2 \right\} \quad (\text{A-21})$$

$$\Delta\beta = \alpha^{1/2} \times O(\alpha^3), \quad [\text{Hunt-6LR}] \quad (\text{A-22})$$

$$\beta_l = \alpha^{1/2} \left(1 + 0.33333\alpha + 0.088949\alpha^2 + 0.016862\alpha^3 + 0.0011647\alpha^4 - 0.0006938\alpha^5 - 0.00032505\alpha^6 - 0.00007426\alpha^7 + 0.00000458\alpha^8 - 0.00001823\alpha^9 \right)^{1/2}, [\text{Hunt-9L}] \quad (\text{A-23})$$

$$\beta_a = \alpha^{1/2} \left(1 + 0.16667\alpha + 0.030586\alpha^2 \right) \quad (\text{A-24})$$

$$\Delta\beta = \alpha^{1/2} \times (0.000030\alpha^2), \quad [\text{Hunt-9LR}] \quad (\text{A-25})$$

It is noted that the decimal equal to the fraction in the last term of Eq.(A-20) is 0.00032535.

Fig. A-4 shows the relation between relative difference of number δ_L and relative water depth h/L_0 for any of Hunt-4L/Hunt-4, Hunt-5L/Hunt-5, Hunt-6L/Hunt-6 and Hunt-7L/Hunt-7. The critical value of h/L_0 for a reference level (absolute value) of δ_L with 1% or 0.1% is 0.081(0.042 in the case of 0.1%) for Hunt-4, 0.135(0.086) for Hunt-5, 0.449(0.276) for Hunt-6 and 0.367(0.279) for Hunt-9. The critical h/L_0 becomes greater with the improved degree of the approximation in Hunt- n AESs. One exception is that the critical h/L_0 for Hunt-6 is larger than that for Hunt-9 at the 1% level of δ_L . The critical h/L_0 for each of Hunt- n AESs tends to take a generally larger value compared to that for any of the other AESs, because the number of terms in the LWA-based Hunt- n L equation is greater than at least 4.

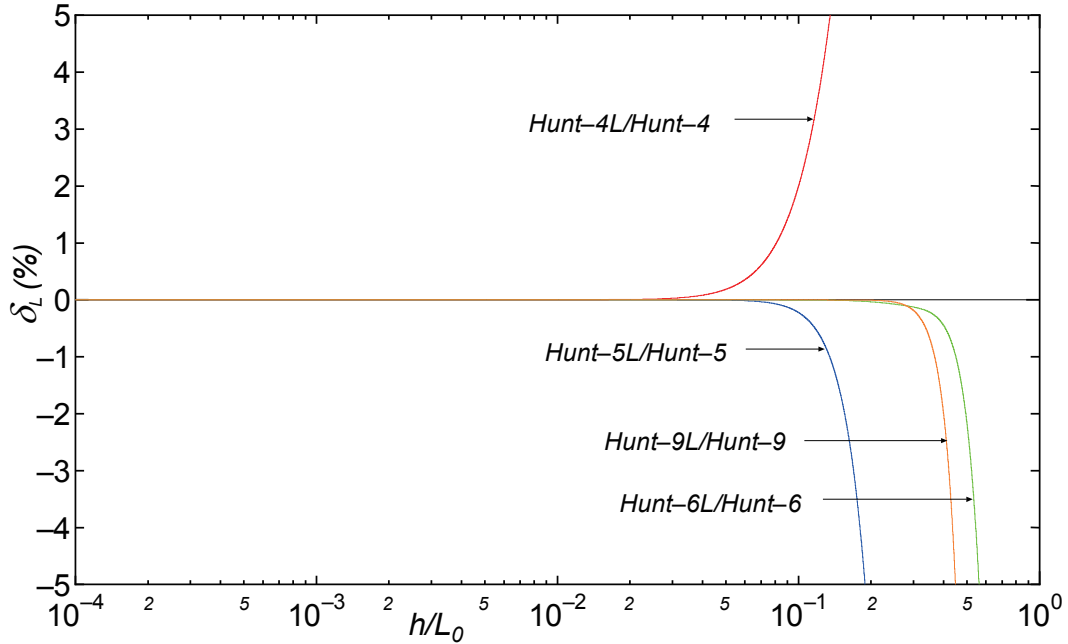


Fig. A-4 Relation between relative difference of wave number δ_L and relative water depth h/L_0 for any of Hunt-4L/Hunt-4, Hunt-5L/Hunt-5, Hunt-6L/Hunt-6 and Hunt-9L/Hunt-9.

4. Long wave approximation to Cham- n AESs

For any of Cham- n AESs ($n=2, 3, 4, 5$), LWA-based β_l , whole polynomial with usual form to $O(\alpha^2)$ β_a and residual of β_a to $O(\alpha^2)$ from Eq.(A-1)(You-4) $\Delta\beta$ are written in succession as follows :

$$\beta_l = \alpha^{1/2} \left\{ 1 - (1/3)\alpha + (1/45)\alpha^3 \right\}^{-1/2}, \quad [\text{Cham-2L}] \quad (\text{A-26})$$

$$\beta_a = \alpha^{1/2} \left\{ 1 + (1/6)\alpha + (1/24)\alpha^2 \right\} \quad (\text{A-27})$$

$$\Delta\beta = \alpha^{1/2} \times \left\{ (1/90)\alpha^2 \right\}, \quad [\text{Cham-2LR}] \quad (\text{A-28})$$

$$\beta_l = \alpha^{1/2} \left\{ 1 + (2/3)\alpha^2 - (1/3)\alpha^3 \right\}^{1/2}, \quad [\text{Cham-3L}] \quad (\text{A-29})$$

$$\beta_a = \alpha^{1/2} \left\{ 1 + (1/3)\alpha^2 \right\} \quad (\text{A-30})$$

$$\Delta\beta = \alpha^{1/2} \left\{ -(1/6)\alpha + (109/360)\alpha^2 \right\}, \quad [\text{Cham-3LR}] \quad (\text{A-31})$$

$$\beta_l = \alpha^{1/2} \left\{ 1 + (1/3)\alpha + (1/9)\alpha^2 - (1/135)\alpha^3 \right\}^{1/2}, \quad [\text{Cham-4L}] \quad (\text{A-32})$$

$$\beta_a = \alpha^{1/2} \left\{ 1 + (1/6)\alpha + (1/24)\alpha^2 \right\} \quad (\text{A-33})$$

$$\Delta\beta = \alpha^{1/2} \times (1/90)\alpha^2, \quad [\text{Cham-4LR}] \quad (\text{A-34})$$

$$\beta_l = \alpha^{1/2} \left\{ 1 - (2/3)\alpha + (2/15)\alpha^2 + (2/45)\alpha^3 \right\}^{-1/4}, \quad [\text{Cham-5L}] \quad (\text{A-35})$$

$$\beta_a = \alpha^{1/2} \left\{ 1 + (1/6)\alpha - (7/360)\alpha^2 \right\} \quad (\text{A-36})$$

$$\Delta\beta = \alpha^{1/2} \times (-1/20)\alpha^2, \quad [\text{Cham-5LR}] \quad (\text{A-37})$$

It should be noted that Eq.(A-26) lacks the $O(\alpha^2)$ term and that Eq.(A-29) the $O(\alpha)$ term. In addition, LWA-based PAES for Cham-6(Cham-6L) and LWA-based PAES for Cham-7(Cham-7L) are given by Eq.(35) and Eq.(36) in this text respectively.

Fig. A-5 indicates the relation between relative difference of wave number δ_L and relative water depth h/L_0 for any of Cham- n L/Cham- n ($n=2, 3, 4, 5, 6$ and 7). In the case of reference absolute value of $\delta_L=1\%$ or 0.1% , critical h/L_0 is $0.232(0.149$ for 0.1% level) for Cham-2, $0.125(0.070)$ for Cham-3, $0.248(0.127)$ for Cham-4, $0.145(0.084)$ for Cham-5, $0.455(0.198)$ for Cham-6 and $0.249(0.159)$ for Cham-7 in this order. The critical h/L_0 for Cham-3 or Cham-5 is relatively small and the critical h/L_0 is rather large for Cham-6. Any of Cham-2, Cham-4 and Cham-7 takes middle value between the above-mentioned 2 h/L_0 values respectively.

As a compendium of Sections 2., 3. and 4., Table A-1 indicates a list of h/L_0 yielding a relative difference of wave number δ_L of either 0.1% or 1% level for each of the investigated AESs. Critical value of

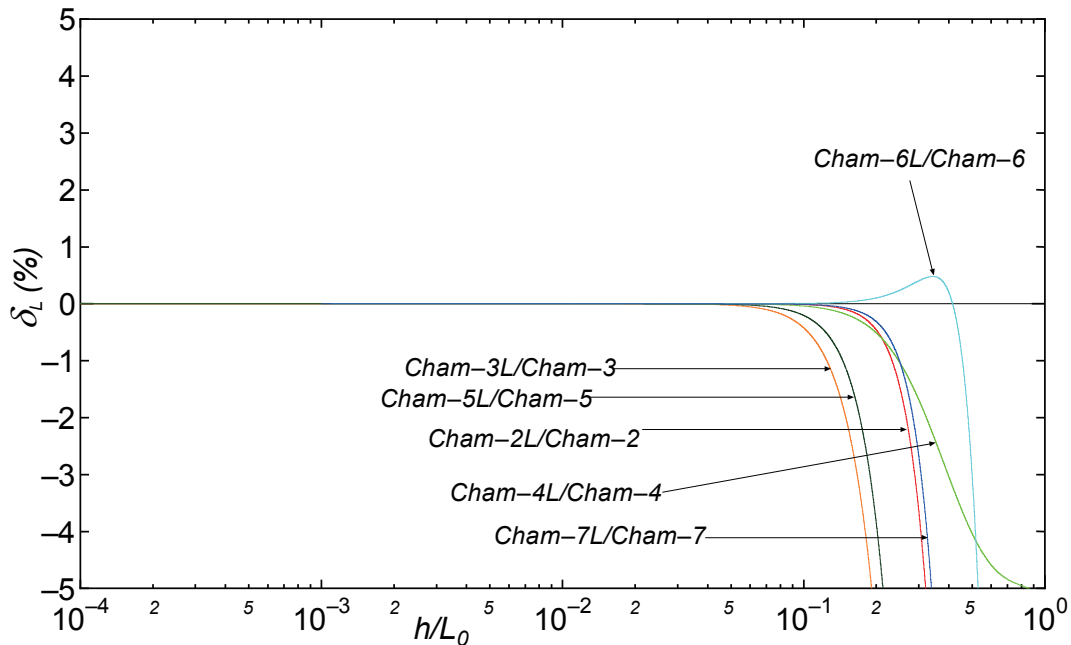


Fig. A-5 Relation between relative difference of wave number δ_L and relative water depth h/L_0 for any of Cham-2L/Cham-2, Cham-3L/Cham-3, Cham-4L/Cham-4, Cham-5L/Cham-5, Cham-6L/Cham-6 and Cham-7L/Cham-7.

Table A-1 List of critical h/L_0 yielding relative wave number difference of 0.1 % or 1 % level by long wave approximation.

| App. eq. | h/L_0 (δ_L %) | | App. eq. | h/L_0 (δ_L %) | | App. eq. | h/L_0 (δ_L %) | |
|----------|-------------------------|-------|----------|-------------------------|-------|----------|-------------------------|-------|
| | 0.1% | 1% | | 0.1% | 1% | | 0.1% | 1% |
| Beji-1 | 0.010 | 0.028 | Hunt-4 | 0.042 | 0.081 | Cham-2 | 0.149 | 0.232 |
| Beji-2 | 0.054 | 0.098 | Hunt-5 | 0.086 | 0.135 | Cham-3 | 0.070 | 0.125 |
| Vata-1 | 0.050 | 0.102 | Hunt-6 | 0.276 | 0.449 | Cham-4 | 0.127 | 0.248 |
| Vata-2 | 0.030 | 0.096 | Hunt-9 | 0.279 | 0.367 | Cham-5 | 0.084 | 0.145 |
| | | | | | | Cham-6 | 0.198 | 0.455 |
| | | | | | | Cham-7 | 0.159 | 0.249 |

h/L_0 where the effect of LWA starts emerging in the approximate computation of wave number significantly changes depending on the kind and the approximation order of AESs. The critical value of h/L_0 is greater in the cases of higher order Hunt- n and Cham- n AESs and smaller in the cases of Beji- n and Vata- n AESs.

5. Comparison of residual terms in LWA solutions

Residual terms with a different power number of α in LWA solutions which were described in Sections 2, 3 and 4 make mutual comparison in analytical form difficult. In this section, the magnitude of residual in each LWA-based PAES is investigated by taking Eq.(A-1)(You-4)-based β as a reference value, in cases where β may be close to the exact solution with relative error less than 1.3×10^{-4} % for a range of $h/L_0 < 0.02$.

Table A-2 summarizes the coefficients of the residual terms to $O(\alpha^2)$, percentage of relative residual $\Delta\beta$ to Eq.(A-1)(You-4)-based β ; $\Delta\beta/\beta$ for any of $h/L_0 = 10^{-3}$, 5×10^{-4} and 10^{-4} and its order placed from the largest $\Delta\beta/\beta$ in the 12 LWA-based PAESs. Both Cham-6 and Cham-7 are excluded, because either of their LWA-based PAESs, that is Eq.(35)(Cham-6L/Olson3) and Eq.(36)(Cham-7L/YNH) coincides with Eq.(A-1)(You-4) to $O(\alpha^3)$. The order in any of the 3 h/L_0 groups is the same except for the 4th, 5th and 6th $\Delta\beta/\beta$. The residual equations such as Cham-3LR, Beji-1LR and Beji-2LR give the 1st, 2nd and 3rd largest residual in this order. Each residual equation keeps $O(\alpha)$ term with the coefficient of 1/6 in its expression of $O(\alpha^2)$. Also, either Vata-1LR or Hunt-5LR keeps $O(\alpha)$ term. But, the contribution of the $O(\alpha)$ term to the total residual is not significant within an indicated h/L_0 range, because magnitude of the coefficient in $O(\alpha)$ term is about 1/25 compared to that(1/6) in any of Cham-3LR, Beji-1LR and Beji-2LR. Since the residual equation Vata-2LR consists of 7 α^a terms with a gradually increasing power number a between $O(\alpha)$ and $O(\alpha^2)$, relative estimation of the contribution rate of each term is a hard task. All terms-based contribution, which takes the 4th largest place for the $h/L_0 = 10^{-4}$ case and the 6th largest place for both the $h/L_0 = 5 \times 10^{-4}$ and 10^{-3} cases is not classified into a group with the highest rank.

Fig. A-6 shows the relation between the relative residual of wave number $\Delta\beta/\beta$ and h/L_0 for the 1st largest to the 6th largest residual case such as Cham-3LR, Beji-1LR, Beji-2LR, Vata-2LR, Hunt-5LR and Vata-1LR. As indicated in Table A-2, the residuals computed by Cham-3LR and Beji-1LR increase toward the negative side more rapidly compared to the residuals of the other expressions.

Table A-2 Coefficients of residual terms and relative residual with its order.

| Name of approx. | Coeff. of residual terms | | | Percentage of residual to original eq. $\Delta\beta/\beta(\text{You-4})\%$ and order | | | |
|-----------------|--------------------------|------------|--------------------------|---|----------------------------|-----------------------|-------|
| | α | α^2 | α^a | $h/L_0 = 10^{-3}$ | $h/L_0 = 5 \times 10^{-4}$ | $h/L_0 = 10^{-4}$ | order |
| Beji-1LR | -1/6 | 49/360 | $0.332871 \alpha^{1.3}$ | -0.058 | -0.034 | -0.0082 | 2 |
| Beji-2LR | -1/6 | 49/360 | $0.212248 \alpha^{1.09}$ | -0.020 | -0.013 | -0.0036 | 3 |
| Vata-1LR | -0.007054 | 49/360 | | -0.0039 *5 | -0.0021 *5 | -0.00044 | 6 |
| Vata-2LR | -0.125905 | | sum of 6 terms | -0.0011 *6 | -0.00099 *6 | -0.00064 | 4 |
| Hunt-4LR | | -0.044522 | | -1.8×10^{-4} | -4.5×10^{-5} | -1.8×10^{-6} | 8 |
| Hunt-5LR | 0.00723 | -0.064094 | | $0.0043 *4$ | $0.0022 *4$ | 0.00045 | 5 |
| Hunt-6LR | 0 | 0 | | | | | |
| Hunt-9LR | | 0.000030 | | 1.2×10^{-7} | 3.0×10^{-8} | 1.2×10^{-9} | 11 |
| Cham-2LR | | 1/90 | | 4.4×10^{-5} | 1.1×10^{-5} | 4.4×10^{-7} | 9 |
| Cham-3LR | -1/6 | 109/360 | | -0.10 | -0.052 | -0.010 | 1 |
| Cham-4LR | | 1/90 | | 4.4×10^{-5} | 1.1×10^{-5} | 4.4×10^{-7} | 9 |
| Cham-5LR | | -1/20 | | -2.0×10^{-4} | -4.9×10^{-5} | -2.0×10^{-6} | 7 |

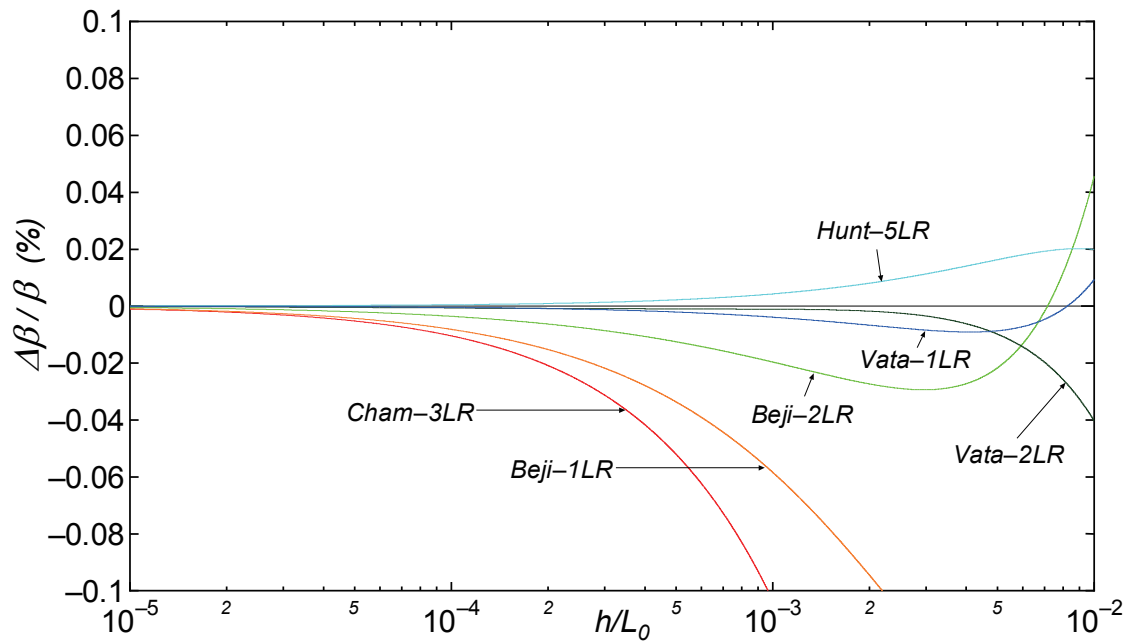


Fig. A-6 Relation between percentage of residual wave number against You-4 PAES-based wave number $\Delta\beta/\beta$ and relative water depth h/L_0 for any of Beji-1LR, Beji-2LR, Vata-1LR, Vata-2LR, Hunt-5LR and Cham-3LR.

6. Summary

The above discussion leads us to the following summary :

- 1) The critical value of h/L_0 where the effect of long wave approximation(LWA) appears in the AES-based wave number computation depends significantly on the kind and degree of approximation of AES to be applied. The critical value is comparatively larger in the case of any of the higher-order Hunt- n and Cham- n AESs, while it is smaller in the case of any of Beji- n and Vata- n AESs.
- 2) Either Cham-3- or Beji-1-based wave number computation yields larger relative error compared to the other AESs-based computations even in a range of $h/L_0 < 0.001$ where long wave approximation valid for $h/L_0 < 0.02$ condition works with satisfactory accuracy. This is due to their basic characteristics that either of the AESs deviates from long wave theory-based AES with a magnitude of $O(\alpha)$ in a long wave approximation range.

Appendix B

Accuracy of Newton' s method-based 2-step AES

Table B-1 shows the order descending from the largest absolute value of the maximum relative error indicated with a bold-faced figure $\varepsilon_{max}^{(1)}$, the AES name and a range of relative error $\varepsilon^{(1)}$ for each of 25 kinds of single expression-based (1-step) AESs in the left column and the order of the maximum relative error in bold-faced type $\varepsilon_{max}^{(2)}$, the name, the range of relative error $\varepsilon^{(2)}$ for each of 25 kinds of Newton's method-based 2-step AESs associated with an initial value estimated by the 1-step AES on the same line and the the maximum relative error ratio γ defined by $\varepsilon_{max}^{(2)} / \varepsilon_{max}^{(1)}$ in the right column. This table is made from Table 5 in this text by re-arrangement of AESs on the basis of the magnitude of the maximum relative error $\varepsilon_{max}^{(1)}$. Each column in the list includes an AES(Vata-0 or Vata-0N) to be newly discussed in Appendix C. The 25 kinds of 1-step AESs are classified into 7 groups according to the magnitude of the maximum relative error $\varepsilon_{max}^{(1)}$ at the first stage to make the discussion easier.

In the table, the order of 2-step AES-based the maximum relative error $\varepsilon_{max}^{(2)}$ roughly corresponds to the order of 1-step AES-based maximum relative error $\varepsilon_{max}^{(1)}$. A range of the maximum relative error ratio γ is between 10^{-2} and 4×10^{-6} . The tendency is that the smaller the maximum relative error $\varepsilon_{max}^{(1)}$ of the initial estimate based on 1-step AES is, the smaller the maximum relative error ratio γ becomes. In this context, the maximum relative error ratio γ takes a rough value such as (1) 10^{-2} for the case of $\varepsilon_{max}^{(1)} = 1.5 \sim 5\%$, (2) 10^{-3} for the case of $\varepsilon_{max}^{(1)} = 0.75 \sim 1.1\%$, (3) 2×10^{-4} for the case of $\varepsilon_{max}^{(1)} = 0.15 \sim 0.3\%$, (4) 10^{-4} for the case of $\varepsilon_{max}^{(1)} = 0.07\%$ and (5) 4×10^{-6} for the case of $\varepsilon_{max}^{(1)} = 0.01\%$. It can be said again that the smaller the maximum relative error of the initial estimate $\varepsilon_{max}^{(1)}$ is, the greater the degree of improvement in the accuracy of 2-step AES becomes. This reflects the characteristics of Newton's method associated with a quadratic convergence.

Table B-1 Order of maximum relative error, name and range of relative error for 1-step AES and 2-step AES and ratio of maximum relative error.

| group | order | formula | relative error $\varepsilon^{(1)}$ (%) | order | formula | relative error $\varepsilon^{(2)}$ (%) | $\varepsilon_{max}^{(2)} / \varepsilon_{max}^{(1)}$ |
|-------|-------|------------------------|--|-------|-----------------------|--|---|
| ① | 1 | Eckart ^[1] | 0~ 5.24 | 1 | Fenton ^[1] | -0.051 ~0.0084 | 9.7×10^{-3} |
| | 2 | Carv14 ^[1] | -2.45~ 3.28 | 3 | YN4 ^[1] | -0.029 ~0.0067 | 8.8×10^{-3} |
| | 3 | Iwagaki ^[1] | -3.05~ 3.14 | 2 | YN3 ^[1] | -0.040 ~0.012 | 1.3×10^{-2} |
| | 4 | Cham-3 | 0~ 2.81 | 5 | Cham-3N | -0.022 ~ 3.1×10^{-4} | 7.8×10^{-3} |
| ② | 5 | FM ^[1] | -1.39~ 1.66 | 4 | FM-N ^[1] | -0.0085~ 0.023 | 1.4×10^{-2} |
| | 6 | YN1 ^[1] | -1.52~ 1.55 | 6 | YN5 ^[1] | -0.0049 ~ 0.0049 | 3.2×10^{-3} |
| | 7 | Carv9 ^[1] | -1.12 ~0 | 7 | YN6 ^[1] | -4×10^{-4} ~ 1.4×10^{-3} | 1.3×10^{-3} |
| ③ | 8 | Guo ^[1] | -0.75 ~ 0.75 | 8 | YN7 ^[1] | -0.0012 ~ 0.0012 | 1.6×10^{-3} |
| | 9 | YN2 ^[1] | -0.73 ~ 0.73 | 9 | YN8 ^[1] | -9×10^{-4} ~ 8×10^{-4} | 1.2×10^{-3} |
| | 10 | Cham-2 | -0.74 ~0 | 10 | Cham-2N | -1.4×10^{-4} ~ 6.3×10^{-4} | 8.5×10^{-4} |
| ④ | 11 | Carv5 ^[1] | -0.21~ 0.27 | 13 | YN9 ^[1] | -1.1×10^{-4} ~ 1.1×10^{-4} | 4.1×10^{-4} |
| | 12 | Carv4 ^[1] | -0.12~ 0.20 | 14 | YN10 ^[1] | -7×10^{-6} ~ 4×10^{-5} | 2.0×10^{-4} |
| | 13 | Beji-1 | -0.15~ 0.19 | 12 | Beji-1N | -1.6×10^{-4} ~ 2.1×10^{-5} | 8.4×10^{-4} |
| | 14 | Hunt-6 ^[5] | -0.19 ~0 | 15 | Hunt-6N | -2.4×10^{-8} ~ 3.4×10^{-5} | 1.8×10^{-4} |
| ⑤ | 15 | Cham-4 | -0.16 ~0 | 11 | Cham-4N | -3.1×10^{-4} ~ 9.6×10^{-6} | 1.9×10^{-3} |
| | 16 | Hunt-4 ^[5] | -0.15 ~0.14 | 16 | Hunt-4N | -1.5×10^{-5} ~ 2.1×10^{-5} | 1.4×10^{-4} |
| | 17 | Hunt-5 ^[1] | -0.070~ 0.078 | 18 | Hunt-5N | -6.2×10^{-6} ~ 7.3×10^{-6} | 9.4×10^{-5} |
| | 18 | Cham-5 | -0.071 ~0 | 19 | Cham-5N | -6.7×10^{-6} ~ 1.3×10^{-6} | 9.4×10^{-5} |
| ⑥ | 19 | Beji-2 | -0.044 ~0.042 | 17 | Beji-2N | -8.2×10^{-6} ~ 1.1×10^{-6} | 1.9×10^{-4} |
| | 20 | Vata-0 | -0.016~ 0.021 | 22 | Vata-0N | -2.8×10^{-7} ~ 2.8×10^{-7} | 1.3×10^{-5} |
| | 21 | Vata-1 | -0.019 ~ 0.019 | 20 | Vata-1N | -1.6×10^{-6} ~ 3.7×10^{-7} | 8.4×10^{-5} |
| ⑦ | 22 | Cham-6 | -0.013 ~0 | 23 | Cham-6N | -4.8×10^{-9} ~ 1.9×10^{-7} | 1.5×10^{-5} |
| | 23 | Hunt-9 ^[1] | -0.0082 ~0.0054 | 24 | Hunt-9N | -1.8×10^{-10} ~ 3.4×10^{-8} | 4.1×10^{-6} |
| | 24 | Cham-7 | -0.0035 ~0.0013 | 25 | Cham-7N | -8.9×10^{-10} ~ 1.3×10^{-8} | 3.7×10^{-6} |
| | 25 | Vata-2 | -0.0012 ~ 0.0012 | 21 | Vata-2N | -6.3×10^{-7} ~ 8.1×10^{-10} | 5.3×10^{-4} |

Appendix C

Addition of a new AES to the filing list

After the completion of writing our text with two appendices A, B, we discovered that Vatankhah and Aghashariatmadari^[13] had published a paper related to a new AES in an international journal by Elsevier(Coastal Engineering). They proposed a Newton's method-based 2-step AES (named Vata-0N here) with the maximum relative error $\varepsilon_{max} = 2.8 \times 10^{-7} \%$ which exceeds the accuracy of 2-step AES (Beji-2N) of $\varepsilon_{max} = 8.2 \times 10^{-6} \%$ associated with an initial estimate by 1-step AES (Beji-2) and gave the following equation to 1-step AES (Vata-0) to be used in an initial estimation.

$$\beta = \alpha \left[1 + \alpha^{0.986} \exp \left\{ - \left(1.863 + 1.198 \alpha^{1.366} \right) \right\} / (\tanh \alpha)^{1/2} \right], \quad [\text{Vata-0}, \varepsilon_{max} = 0.021\%] \quad (\text{C-1})$$

The equation preceding to Eq.(C-1) named Vata-1 is expressed in Eq.(6) of the text as

$$\beta = \alpha \left[1 + \alpha \cdot \exp \left\{ - \left(1.835 + 1.225 \alpha^{1.35} \right) \right\} / (\tanh \alpha)^{1/2} \right], \quad [\text{Vata-1}, \varepsilon_{max} = 0.019\%], \quad (\text{6}) \quad (\text{C-2})$$

Only a small difference in both equations is found in the constant terms and the power index of α term, but a large alteration may occur with the increase of the number of free parameters as the power number of α term preceding the exponential function term is changed from the integer number of 1 to a real number 0.986. Also, Vata-0-based ε_{max} of 0.021% is slightly greater than Vata-1-based ε_{max} of 0.019% and Eq.(C-1) may be regarded as a modified or an extended version of Eq.(6) or Eq.(C-2).

Fig. C-1 shows the relation between the relative error ε and relative water depth h/L_0 for either Vata-0 or Vata-1. Vata-0 yields an oscillating relative error around zero with increase of h/L_0 , as does Vata-1. A range of the variation and the corresponding h/L_0 value are as follows.

$$61) \text{ Vata-0 : } -0.016\% \ (h/L_0 = 0.268) \sim 0.021\% \ (h/L_0 = 0.493) \quad (C-3)$$

Also, Vata-1-based result in Eq.(11) of the text is rewritten as

$$25) \text{ Vata-1 : } -0.019\% \ (h/L_0 = 0.064) \sim 0.019\% \ (h/L_0 = 0.011) \ , \quad (11) \quad (C-4)$$

Vata-0-based maximum relative error(absolute value) ε_{max} is 0.021 %, which is indeed slightly greater than 0.019% associated with Vata-1, and then a range of relative error ε is somewhat biased to the positive side in comparison with that associated with Eq.(11) in the text, that is Eq.(C-4).

Fig. C-2 illustrates the relation between relative error ε and relative water depth h/L_0 for either Newton's method-based Vata-0N or Vata-1N, in cases where 1-step AES such Vata-0 or Vata-1 is used for an initial estimation respectively. A very small relative error ε associated with Vata-0N varies accompanying a positive or negative peak with increase of h/L_0 . A range of the relative error ε including the corresponding h/L_0 is indicated as

$$62) \text{ Vata-0N : } -2.8 \times 10^{-7} \ (h/L_0 = 0.053) \sim 2.8 \times 10^{-7} \ (h/L_0 = 0.271) \quad (C-5)$$

As indicated in Eq.(40) of the text, Vata-1N-based result is rewritten as

$$37) \text{ Vata-1N : } -1.6 \times 10^{-6} \% \ (h/L_0 = 0.011) \sim 3.7 \times 10^{-7} \% \ (h/L_0 = 0.277) \ , \quad (40) \quad (C-6)$$

A range of relative error related to Vata-0N keeps a balance between the positive and the negative maximum value, while a range with Vata-1N shows some imbalance between the negative and the positive maximum

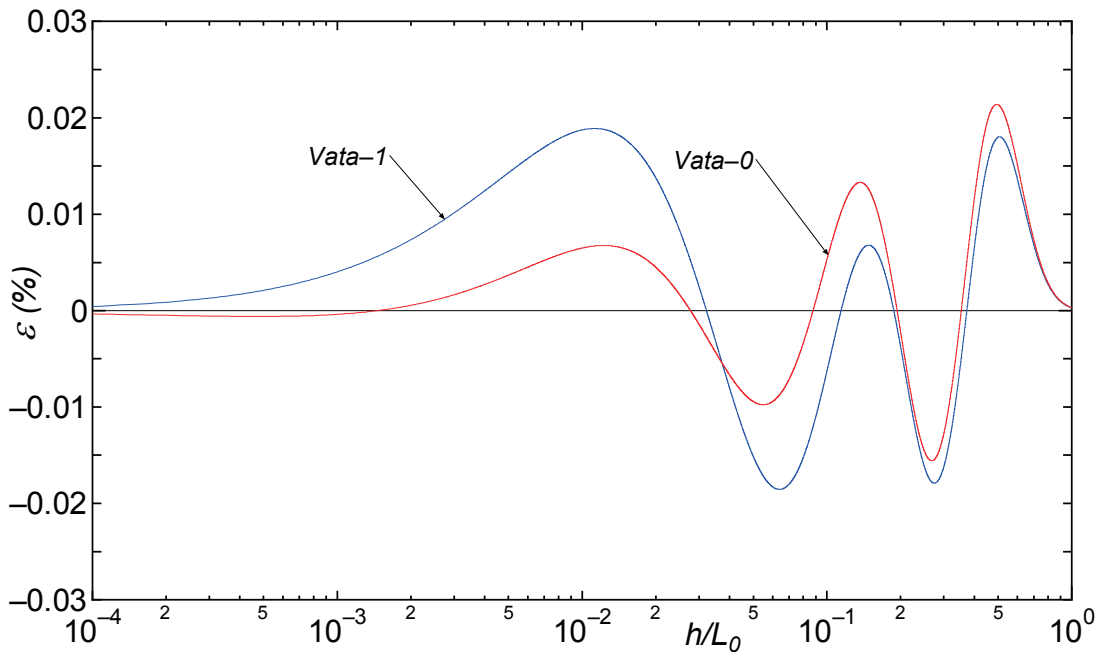


Fig. C-1 Relation between relative error ε and relative water depth h/L_0 for either Vata-0 or Vata-1.

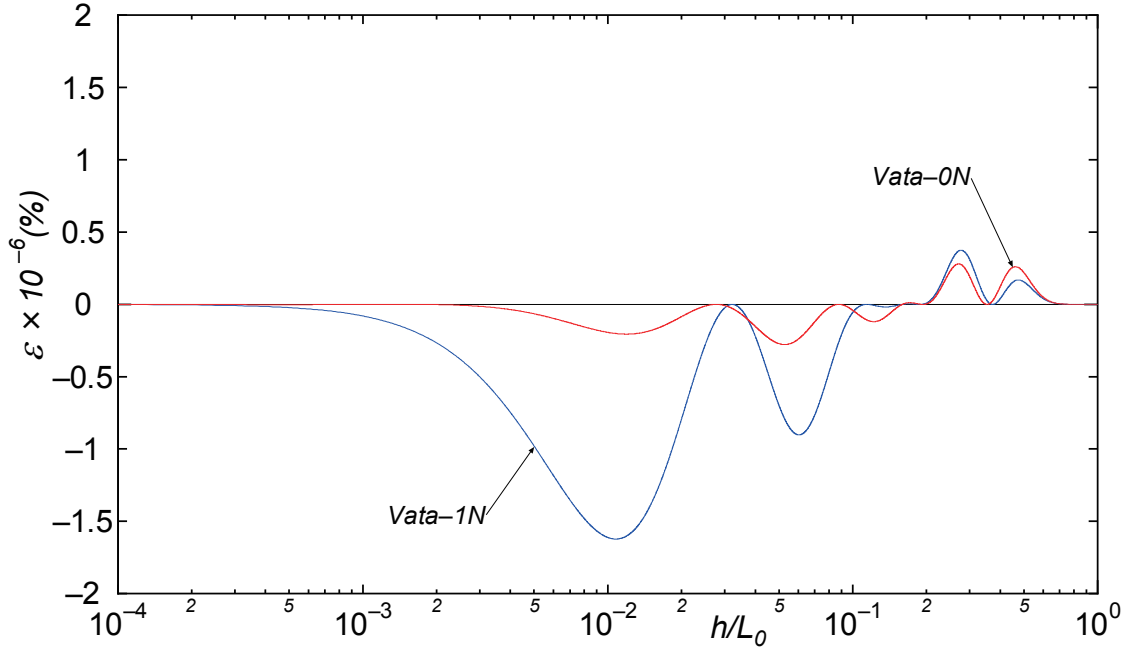


Fig. C-2 Relation between relative error ε and relative water depth h/L_0 for either Vata-0N or Vata-1N.

value and the Vata-0N related maximum relative error of $\varepsilon_{max} = 2.8 \times 10^{-7} \%$ coincides with that given by Vatankhah and Aghashariatmadari^[13]. This value signifies nearly one order of magnitude decrease of the error compared to the maximum relative error of $(-1.6 \times 10^{-6} \%)$ associated with Vata-1N. We can see a similar relation between FM+FM-N and YN1+YN5 for 1-step AES and 2-step AES in Yamaguchi and Nonaka^[1], which realizes a proper balance between the negative and positive maximum relative error associated with 2-step AES and the resulting decrease of the maximum relative error by using 1-step AES with a modified power index for an initial estimation.

Table B-1 reinforced by the results with Vata-0 and Vata-0N tells us that Vata-0N-related ε_{max} of $2.8 \times 10^{-7} \%$ is smaller than Vata-2N-related ε_{max} of $(-6.3 \times 10^{-7} \%)$ but greater than any of Cham-6N-related ε_{max} of $1.9 \times 10^{-7} \%$, Hunt-9N-related ε_{max} of $3.4 \times 10^{-8} \%$ and Cham-7N-related ε_{max} of $1.3 \times 10^{-8} \%$. In any case, it might be said that Vata-0N associated with a proper balance between the positive and negative maximum relative error of $\varepsilon_{max} = \pm 2.8 \times 10^{-7} \%$ yields a very highly accurate estimate.

Next, the long wave approximation(LWA)-based equation(PAES) to nearly $O(\alpha^3)$ for Vata-0 and that for Vata-1 are written in order as

$$\beta_l = \alpha^{1/2} \left\{ 1 + 0.1552063\alpha^{0.986} + (1/6)\alpha^2 - 0.1859372\alpha^{2.352} + 0.02586772\alpha^{2.986} + O(\alpha^{3.718}) \right\}, \quad [\text{Vata-0L}] \quad (\text{C-7})$$

$$\beta_l = \alpha^{1/2} \left(1 + 0.1596135\alpha + (1/6)\alpha^2 - 0.195526537\alpha^{2.35} + 0.02660225\alpha^3 \right), \quad [\text{Vata-1L}], \quad (\text{A-9}) \quad (\text{C-8})$$

Eq.(C-8) is the same equation as Eq.(A-9) in the text. Also, the residual of Eq.(C-7) from Eq.(A-1)(You-4) in Appendix A to $O(\alpha^2)$ $\Delta\beta$ named Vata-0LR and that corresponding to Eq.(C-8), that is Eq.(A-10) in Appendix A named Vata-1LR are expressed as follows respectively:

$$\Delta\beta = \alpha^{1/2} \left\{ 0.1552063\alpha^{0.986} - (1/6)\alpha + (49/360)\alpha^2 \right\}, \quad [\text{Vata-0LR}] \quad (\text{C-9})$$

$$\Delta\beta = \alpha^{1/2} \left\{ -0.007054\alpha + (49/360)\alpha^2 \right\}, \quad [\text{Vata-1LR}], \quad (\text{A-10}) \quad (\text{C-10})$$

Fig. C-3 illustrates the relation between relative difference of wave number δ_L , defined in Section 2 of Appendix A and relative water depth h/L_0 for either Vata-0L/Vata-0 or Vata-1L/Vata-1. Vata-0L/Vata-0-related δ_L falls rapidly from zero toward a negative large value with increase of h/L_0 and the behavior is very similar to that of Vata-1L/Vata-1-related δ_L . Table C-1 reinforces Table A-1 by adding h/L_0 value yielding a relative difference of wave number δ_L of either 0.1% or 1% level for Vata-0L. The h/L_0 value at each level is in close agreement with that for Vata-1L.

In addition, Table C-2 shows a list of the coefficients of the residual terms to $O(\alpha^2)$, percentage of relative residual $\Delta\beta$ to Eq.(A-1)(You-4)-based β ; $\Delta\beta/\beta$ for any of $h/L_0 = 10^{-3}$, 5×10^{-4} and 10^{-4} and its order placed from the largest $\Delta\beta/\beta$ in the 13 LWA-based PAESs including Vata-0L. The coefficient of $O(\alpha^2)$ term in Eq.(C-9) coincides with that in Eq.(C-10). The sum of the 1st and 2nd terms in Eq.(C-9) is

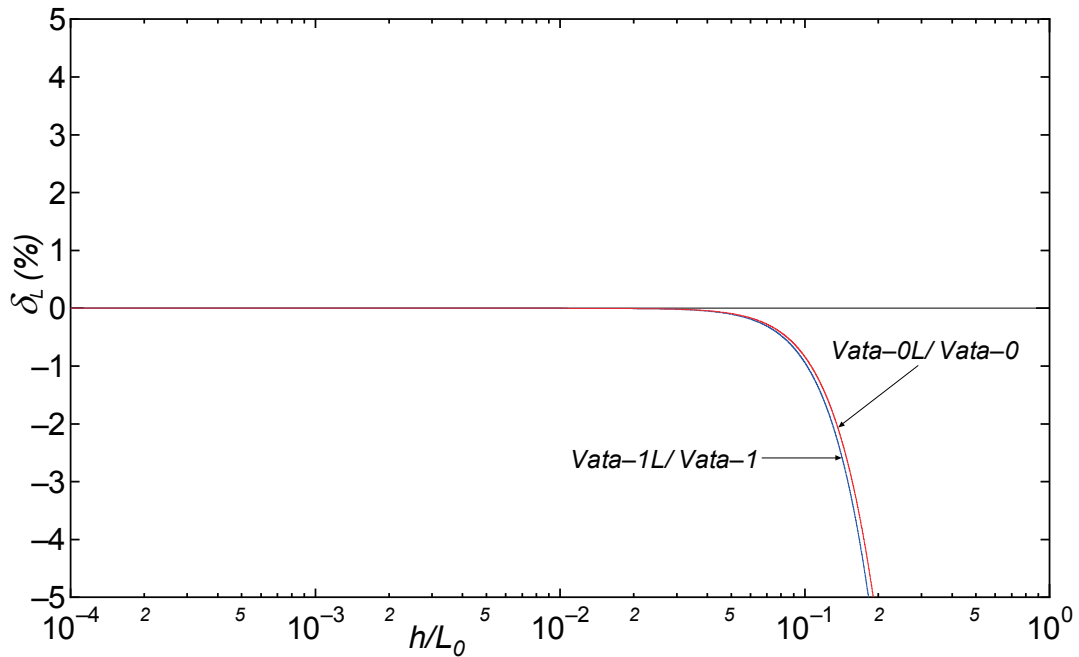


Fig. C-3 Relation between relative difference of wave number δ_L and relative water depth h/L_0 for either Vata-0L/Vata-0 or Vata-1L/Vata-1.

Table C-1 List of critical h/L_0 yielding relative wave number difference of 0.1 % or 1 % level by long wave approximation reinforced by addition of Vata-0-based results.

| App. eq. | h/L_0 (δ_L %) | | App. eq. | h/L_0 (δ_L %) | | App. eq. | h/L_0 (δ_L %) | |
|---------------|-------------------------|--------------|----------|-------------------------|-------|----------|-------------------------|-------|
| | 0.1% | 1% | | 0.1% | 1% | | 0.1% | 1% |
| Beji-1 | 0.010 | 0.028 | Hunt-4 | 0.042 | 0.081 | Cham-2 | 0.149 | 0.232 |
| Beji-2 | 0.054 | 0.098 | Hunt-5 | 0.086 | 0.135 | Cham-3 | 0.070 | 0.125 |
| Vata-0 | 0.051 | 0.102 | Hunt-6 | 0.276 | 0.449 | Cham-4 | 0.127 | 0.248 |
| Vata-1 | 0.050 | 0.102 | Hunt-9 | 0.279 | 0.367 | Cham-5 | 0.084 | 0.145 |
| Vata-2 | 0.030 | 0.096 | | | | Cham-6 | 0.198 | 0.455 |
| | | | | | | Cham-7 | 0.159 | 0.249 |

Table C-2 Coefficients of residual terms and relative residual with its order reinforced by addition of Vata-0LR-based results.

| Name of approx. | Coeff. of residual terms | | | Percentage of residual to original eq. $\Delta\beta/\beta(\text{You} - 4)\%$ and order | | | |
|-----------------|--------------------------|---------------|---|--|----------------------------|-----------------------|----------|
| | α | α^2 | α^a | $h/L_0 = 10^{-3}$ | $h/L_0 = 5 \times 10^{-4}$ | $h/L_0 = 10^{-4}$ | order |
| Beji-1LR | -1/6 | 49/360 | $0.332871 \alpha^{1.3}$ | -0.058 | -0.034 | -0.0082 | 2 |
| Beji-2LR | -1/6 | 49/360 | $0.212248 \alpha^{1.09}$ | -0.020 | -0.013 | -0.0036 | 3 |
| Vata-0LR | -1/6 | 49/360 | $0.155206 \alpha^{0.986}$ | 0.00051 | 0.00063 | 0.00035 | 7 |
| Vata-1LR | -0.007054 | 49/360 | | -0.0039 *5 | -0.0021 *5 | -0.00044 | 6 |
| Vata-2LR | -0.125905 | | sum of 6 terms | -0.0011 *6 | -0.00099 *6 | -0.00064 | 4 |
| Hunt-4LR | | -0.044522 | | -1.8×10^{-4} | -4.5×10^{-5} | -1.8×10^{-6} | 9 |
| Hunt-5LR | 0.00723 | -0.064094 | | $0.0043 *4$ | $0.0022 *4$ | 0.00045 | 5 |
| Hunt-6LR | 0 | 0 | | | | | |
| Hunt-9LR | | 0.000030 | | 1.2×10^{-7} | 3.0×10^{-8} | 1.2×10^{-9} | 12 |
| Cham-2LR | | 1/90 | | 4.4×10^{-5} | 1.1×10^{-5} | 4.4×10^{-7} | 10 |
| Cham-3LR | -1/6 | 109/360 | | -0.10 | -0.052 | -0.010 | 1 |
| Cham-4LR | | 1/90 | | 4.4×10^{-5} | 1.1×10^{-5} | 4.4×10^{-7} | 10 |
| Cham-5LR | | -1/20 | | -2.0×10^{-4} | -4.9×10^{-5} | -2.0×10^{-6} | 8 |

approximated as

$$\{0.155206\alpha^{0.986} - (1/6)\alpha\} \approx (0.0157 \sim 0.0000025)\alpha \text{ for } \alpha = 10^{-5} \sim 5 \times 10^{-3} \quad (\text{C-11})$$

because $\alpha^{0.986} \approx \alpha$ such as ① $\alpha^{0.986} = 1.1749 \times 10^{-5}$ for $\alpha = 10^{-5}$, ② $\alpha^{0.986} = 1.1376 \times 10^{-4}$ for $\alpha = 10^{-4}$, ③ $\alpha^{0.986} = 1.1015 \times 10^{-3}$ for $\alpha = 10^{-3}$ and ④ $\alpha^{0.986} = 5.3850 \times 10^{-3}$ for $\alpha = 5 \times 10^{-3}$. Vata-0LR-based $\Delta\beta$ takes a positive value for α less than around 5×10^{-3} (to be accurate, around 2×10^{-3} as seen in Fig. C-4) and Vata-1LR-based $\Delta\beta$ gives a negative value for the same range of α at least. Both $\Delta\beta$ s take opposite sign, as indicated by $\Delta\beta/\beta$ for any of $h/L_0 = 10^{-3}$, 5×10^{-4} and 10^{-4} in Table C-2.

Fig. C-4 illustrates the relation between the relative residual of wave number $\Delta\beta/\beta$ and relative water depth h/L_0 for either Vata-0LR or Vata-1LR. With augmentation of h/L_0 Vata-0LR-based residual $\Delta\beta/\beta$ increases from nearly zero, takes a positive and a small negative peak and then rapidly becomes greater. On the other hand, Vata-1LR-based residual $\Delta\beta/\beta$ gives a negative value decreasing with augmentation of h/L_0 and turns into an increasing trend toward a positive value after reaching a negative peak. A smaller absolute value of residual associated with Vata-0LR than that with Vata-1LR shows that Vata-0L is a closer approximate solution to the long wave theory compared to Vata-1LR.

As discussed above, Vata-0-related relative error is similar to Vata-1-related relative error in a rough estimate but availability of Vata-0 for 1-step AES estimator does not exceed that of Vata-1 and is somewhat lower, because a balance between the positive and negative maximum relative error is slightly worse in Vata-0 than in Vata-1. However, accuracy of 2-step AES using Vata-0 for an initial estimation of wave length is nearly one order of magnitude higher than that using Vata-1, in cases where the maximum relative error takes a significantly small value such as 2.8×10^{-7} %. Vata-0-based 2-step AES has a very high accuracy. Accordingly,

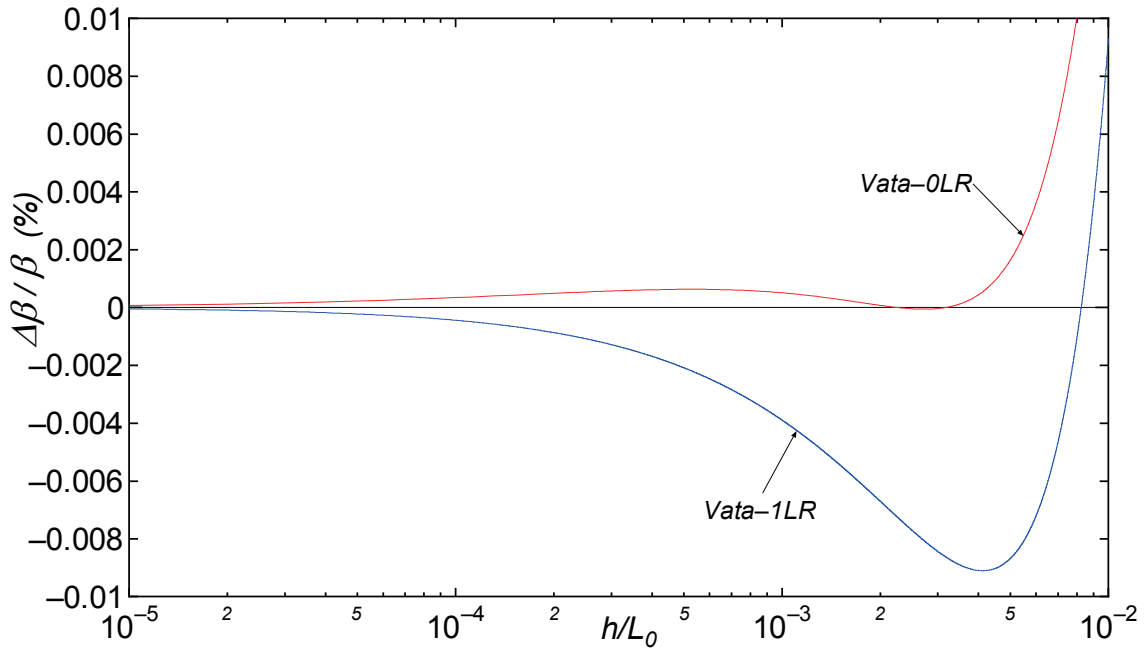


Fig. C-4 Relation between percentage of residual wave number against You-4 PAES-based wave number $\Delta\beta/\beta$ and relative water depth h/L_0 for either Vata-0LR or Vata-1LR.

it may be concluded that Vata-0 is a very efficient 1-step AES estimator for use in a Newton's method-based 2-step AES.

内湾・内海における気圧・風速・波高の長期変動および
気候変動指標との相互関係の考察

**Some Considerations on Long-Year Variation of Atmospheric Pressures,
Wind Speeds and Wave Heights in Inner Bay and Inland Sea Areas and
the Inter-relationship with Climate Change Indices**

山口正隆*・野中浩一**・畑田佳男***

Masataka YAMAGUCHI*, Hirokazu NONAKA** and Yoshio HATADA***

As measurement data of atmospheric pressures at on-land stations have hardly received the effects of a change of measurement conditions over a long-year period, data of wind speeds and wave heights hindcasted using the pressure data may also be considered to be virtually free from an inhomogeneity problem of the data associated with a long lapse of times, that is, a creeping data problem. In this paper, various statistical analyses are tried using not only 45-year data of measured sea level-corrected pressures(p) at on-land meteorological stations, pressure-based wind speeds(U) at sea and coastal stations and hindcast-based wave heights(H) at sea stations in Kanto coastal sea area including Tokyo Bay, Ise Bay area and the Seto Inland Sea area, but also 9 types of climate change indices(CCI) with a global scale over the same year period. The data sets are made according to group separation of any period unit of month, year, summer or winter. For each of the data sets, analyses of spectrum, correlation, EOF(empirical orthogonal function), trend and jump are conducted and the results are discussed in succession. The main findings are summarized as follows; 1) Spectrum of any of the season-separated elements(p_H , p_L , U and H) data samples has peaks associated with 4 year period bands such as 2.3-2.7 year, 2.9-3.5 year, 4.5-7 year and 8-22 year in a rough sense, but in detail the magnitude of peak year period and its order of the corresponding spectral value change according to individual seasons and elements. 2) Spectrum of any of the CCI data samples in summer and winter has peak-related 4 year period bands substantially overlapping those in the above-mentioned spectra. 3) Either pressure data or wind speed data indicates a statistically high site to site correlation within several hundreds of kilometers' range and wave height data yields significant site-site correlation dependent on their geometrical conditions. 4) Significant correlation is more or less detected among 9 types of CCIs, but WP Index(WPI) may be relatively independent of the other CCIs. 5) Each of the season-separated element data samples gives a significant correlation with WPI to some extent, specifically in winter, and each of the monthly element data samples is affected by NPI. 6) EOF analysis shows a high rate of explained variance by the sum of the 1st and 2nd modes, particularly for pressure data samples. 7) Constant value-multiplied time coefficient of the 1st mode $a \times C_1(t)$ in the EOF analysis nearly coincides with all site-averaged dimensionless deviation data samples $\hat{p}(t)$ irrespective of any kind of term(summer, winter, year, month)-separated element data samples. Degree of agreement is extremely high in pressure data samples and becomes slightly lower in wind speed and wave height data samples. 8) A statistically significant increasing trend is detected in high pressure-related data samples in winter but is not detected in the other pressure-related data samples. 9) Some of the various kinds of wind speed- and wave height-related data samples indicate a significant increasing trend at more than half or about half of all the investigated stations, which are term-or site-dependent. This supports previous results by the authors^{[4],[5]}. 10) A significant increasing(positive) trend is recognized in

CCIs such as summer and annual PDOs and winter NAO and a moderate-level trend is in WPI in summer(negative) and winter(positive). In the other CCIs, a significant trend is not detected. 11) Difference of pressure-related mean value between two segmental year periods(1961-1986 and 1987-2005) indicates a significant positive jump between the two year periods for p_L data sample in winter, but does not indicate any significant trend for the other pressure-related data samples. For wind speed data samples, a significant positive jump is detected at around half or more of all the stations in summer and all seasons(year). Also, wave height data samples in summer and winter show a significant jump at around half of the stations and yearly data sample gives a jump at 80 % of the stations. These results are consistent with the results by the trend analysis. This means that statistically significant trend in each data sample may be substantially replaced by jump putting a turning year at around 1986-1987. 12) Statistical test results for difference of data variances between the two year periods do not necessarily coincide with that for difference. Lepage jump test result considering both mean value difference and variance difference may be different from either mean value difference-based result or variance-based result, depending on relative strength of difference of both data. 13) Lepage test detects a statistically significant jump in CCI such as any of NAO, WPI and PNA in winter, but more study may be required because short year period variations riding on several decadal oscillations in CCIs records may yield apparent jumps.

Key Words ; atmospheric pressures, wind speeds, wave heights, inner sea areas, long-year variation, climate change indices

1. 緒 言

近年、温暖化などに伴う地球規模での海洋環境の長期的変化に関して多くの研究が公表されているが、我々が直接関わりをもつ内湾・内海を対象とした事例はあまりない。この要因として、内湾・内海では気象・海象要素の数十年以上にわたる観測資料が得がたいことや入手可能な場合でも観測方法、観測地点、観測条件、解析条件などの測定環境の変化により、観測資料の等質性が担保されがたいことが挙げられる。たとえば、内湾・内海でなく外海であるが、北太平洋やアメリカ合衆国の沖合でブイにより取得されてきた波浪観測資料には、ブイによる測定法に係わる固有の問題や一貫性を欠く解析方法などのために、波浪観測資料が等質性を欠き、結果として波高の増加傾向がかなり過大評価されてきたことや波浪資料の有効な利用のために補正が必要であり、これによって波高の増加傾向が解消されることが指摘されている^[1]。しかし、気圧観測資料は測定環境の変化の影響をほとんど受けていないとみなされることから、気圧観測資料を基礎資料として導き出された風速や波高の推算資料は資料の非等質性の問題をほぼ免れていると考えられる。

本研究では、こうした観点に立って行われた畑田ら^[2]および山口ら^{[3]-[5]}の研究に引き続き、東京湾を含む関東沿岸領域から瀬戸内海領域に至る内湾・内海を対象として 45 年間にわたる気圧観測資料やこれに基づく風速・波高推算資料から得た気圧・風速・波高の期間（夏季，冬季，年，月）別平均値資料および地球規模での気候変動を代表するための各種気候変動指標の期間別資料を多様な方法で

*愛媛大学名誉教授

Prof. Emeritus, Ehime University

**（前）愛媛大学工学部環境建設工学科

（former）Department of Civil and Environmental Engineering, Faculty of Engineering, Ehime University

***愛媛大学大学院理工学研究科（工学系）生産環境工学専攻

Engineering for Production and Environment, Graduate School of Science and Engineering, Ehime University

原稿受理 平成 25 年 10 月 31 日

統計解析し、気象・海象要素（気圧・風速・波高）や気候変動指標のスペクトル特性、相関関係や傾向変動、ジャンプの特性を調べる。

本論文の2章以下の構成はつぎのようである。

2. 気象・海象要素（気圧・風速・波高）資料と気候変動指標

3. 資料の統計的特性の検討

3.1 資料のスペクトル特性

3.2 資料間の相関

- (1) 気象・海象要素（気圧・風速・波高）資料の地点間相関
- (2) 気象・海象要素（気圧・風速・波高）資料間の相関
- (3) 気候変動指標間の相関
- (4) 気象・海象要素（気圧・風速・波高）と気候変動指標の相関
- (5) EOF解析の結果

3.3 傾向変動の特性

3.4 ジャンプの特性

4. 結語

付録 A 時間係数 $C_1(t)$ に対する気候変動指標依存型回帰式の精度の検討

なお、本研究に関連する既往の研究として、わが国では岡田ら^[6]、宇都宮ら^[7]、坂井・岡田^[8]、佐々木ら^[9]、Sasaki et al.^[10]、清水ら^[11]、山口ら^{[12][13]}、山下ら^[14]、三島ら^[15]、間瀬ら^[16]、泉宮・小関^[17]、関ら^[18]、志村ら^{[19][20]}の研究があげられる。すなわち、岡田ら^[6]は月別の500hPa高度偏差と波高偏差との高い相関関係を明らかにして、これに基づく波高の長期予測手法を提案し、宇都宮ら^[7]は日本沿岸の波浪観測資料や全球の波浪推算資料を用いて、日本沿岸のみならず太平洋中央部における月平均波高の増加傾向を示した。坂井・岡田^[8]は気象庁による長期の沿岸波浪観測資料の解析に基づいて台風期にはラニーニャ年よりエルニーニョ年で西日本太平洋岸の波高のみならず、長い周期の頻度が高いことを示した。ついで、佐々木ら^[9]は平塚観測塔における1980～1999年（20年間）の波高観測資料とNCEP/NCARによる海上風の再解析資料を用いて、1986年～1987年を境とする冬季（12～2月）平均有義波高のジャンプが日本南岸でのS風の頻度の増加と風速のジャンプに関係づけられることを指摘した。また、Sasaki et al.^[10]は平塚観測塔において取得された1980～2003年（24年間）の波浪・風・気圧観測資料を夏季と冬季に分けて解析し、夏季では高波高期と低波高期の平均（有義）波高差が北西太平洋における台風活動に関係づけられること、および冬季では高波高期と低波高期の平均波高差が低気圧に伴うS寄りの風強度の変化に結びつけられることを示した。

一方、清水ら^[11]は最長35年に及ぶ日本沿岸の波浪観測資料の解析では、平均波高の傾向変動は検出されないが、台風時最大波高の増加が太平洋岸の南岸で認められるという結果を得た。ついで、山口ら^{[12][13]}は関東沿岸海域の平塚、石廊崎、波浮および日本沿岸全域とアメリカ西岸における波高の傾向変動とジャンプを議論し、山下ら^[14]や三島ら^[15]は気候変動指標と台風特性や波浪災害との関連を検討した。間瀬ら^[16]は日本海沿岸の冬季観測波浪と気候変動指標との関連、とくにAOI（北極振動指数）への弱い依存性を指摘し、同様に関^[18]らは日本沿岸における観測波高と気候変動指標との相関解析から、気候変動指標への依存性があまり有意でないことを指摘した。また、泉宮・小関^[17]は気候変動指標と台風特性などの関連を議論し、気候変動指標や台風特性のスペクトル特性（ピーク年周期）やクロススペクトル特性（コヒーレンスと位相差）を検討するとともに、気候変動指標を説明変数とする台風特性の重回帰予測式を提案した。志村ら^[19]は日本沿岸の冬季波浪と気候変動指標の1つである西太平洋パターン（WP）との有意な相関を明らかにした。引き続き、志村ら^[20]は主に北半球の500hPa高度場偏差で定義される気候変動指標などと波高再解析値をもちいて、両者の関係は冬季に明瞭にな

る傾向にあることや、北太平洋冬季波高の緯度依存型空間変動パターンと WPI (西太平洋インデックス) の間に有意な関係があることを指摘している。しかし、これらの研究では波高の長期変動のうちでも、とりわけジャンプの検討は佐々木ら^[9]、山口ら^{[12],[13]}の事例を除いて行われていない。

2. 気象・海象要素（気圧・風速・波高）資料と気候変動指標

本研究で利用する気象・海象要素（気圧・風速・波高）資料^{[2],[5]}は 1961～2005 年の 45 年間で 1 時間ごとに作成している。すなわち、気圧資料は関東沿岸領域で周辺 17 地点、伊勢湾領域で周辺 10 地点（飯田、御前崎、浜松の 3 地点で関東沿岸領域のものと重複）、瀬戸内海領域で周辺 40 地点における気象官署（Fig. 1）で 3 時間ごと（1990 年以前）および 1 時間ごと（1991 年以降）に取得された観測資料を線形補間を通じて、全期間で 1 時間間隔資料としている。

風速資料は気圧の空間分布から推定した対象領域内の海上部と沿岸部の観測地点における 10m 高度傾度風速を観測相当風速に変換することにより作成している。このため、海上・沿岸観測地点の観測風速と傾度風速の間で得た 2 種類の回帰式を順次適用する。海上・沿岸観測地点数は関東沿岸海域

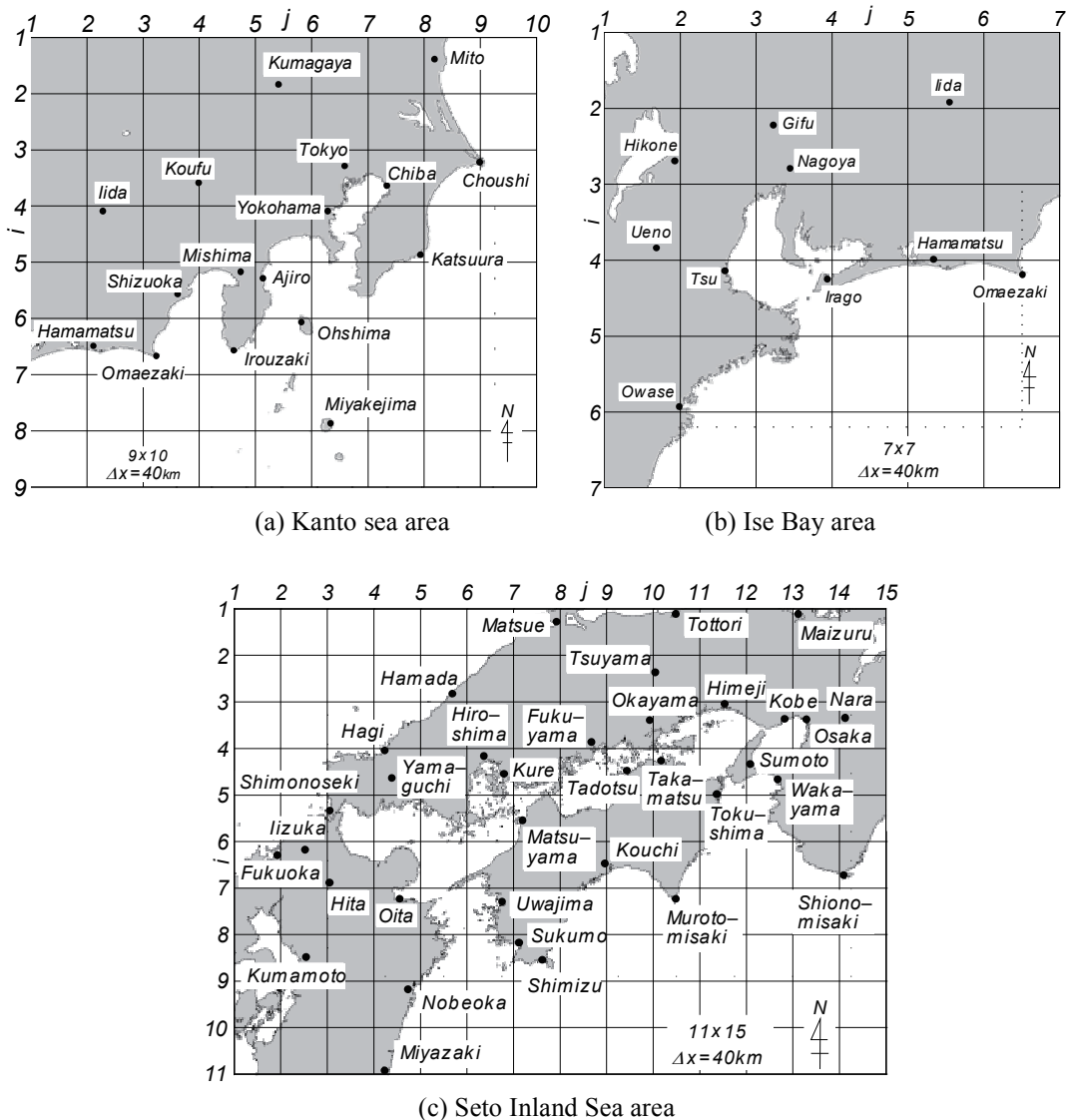


Fig. 1 Input points of measured atmospheric pressure on a 40 km-distance grid^{[2],[5]}.

で19, 伊勢湾で15, 瀬戸内海で26の計60 (Fig. 2) である。

波高資料の作成は格子間隔 5km の北西太平洋領域に格子間隔 1km の関東沿岸海域と 0.1km の東京湾を組み込んだ3段階格子網, および 0.1km の伊勢湾や 0.5km の瀬戸内海を組み込んだ2段階格子網において時間間隔 30分 (外洋部沿岸地点) あるいは 10分 (内湾・内海地点) で実施した1点浅海モデルによる波浪推算の結果に基づく。入力条件とする1時間ごとの海上風分布は外洋大領域では台風モデル風を組み込んだ NCEP 風資料の 80km 間隔値, 内湾・内海では気象官署における気圧・風観測資料に基づき, 風速については上記の手順に従って, 風向については風観測資料をそのまま用いて得た 2km 間隔値である。対象地点とした波浪推算 (観測) 地点の数は関東沿岸海域で3, 伊勢湾で3, 瀬戸内海で11 (2地点は波浪観測資料が得られない福山と長浜) の計17 (Fig. 3) である。

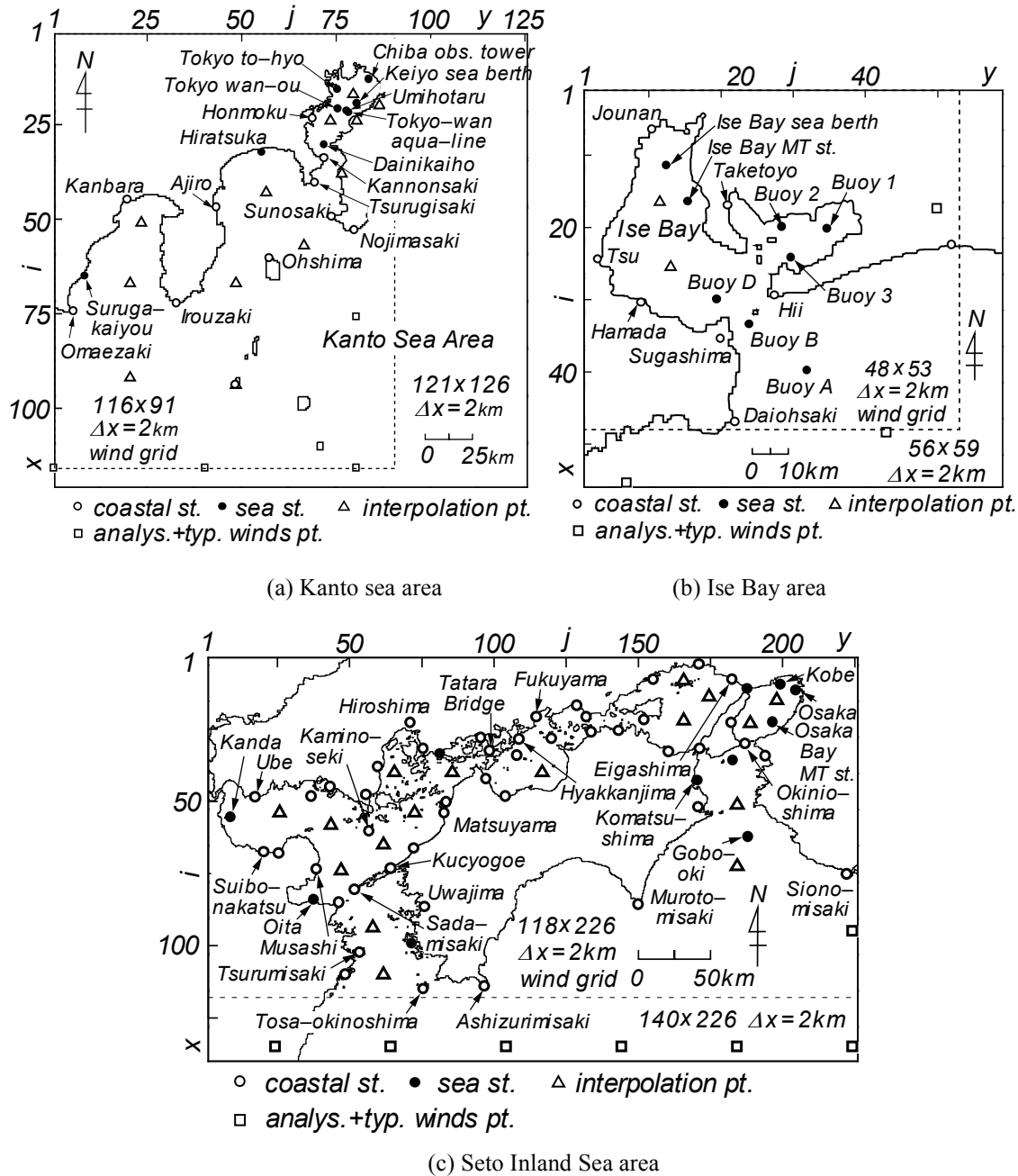


Fig. 2 Locations of points where wind data are given on the concerned sea area for estimating sea wind distribution^{[2],[5]}.

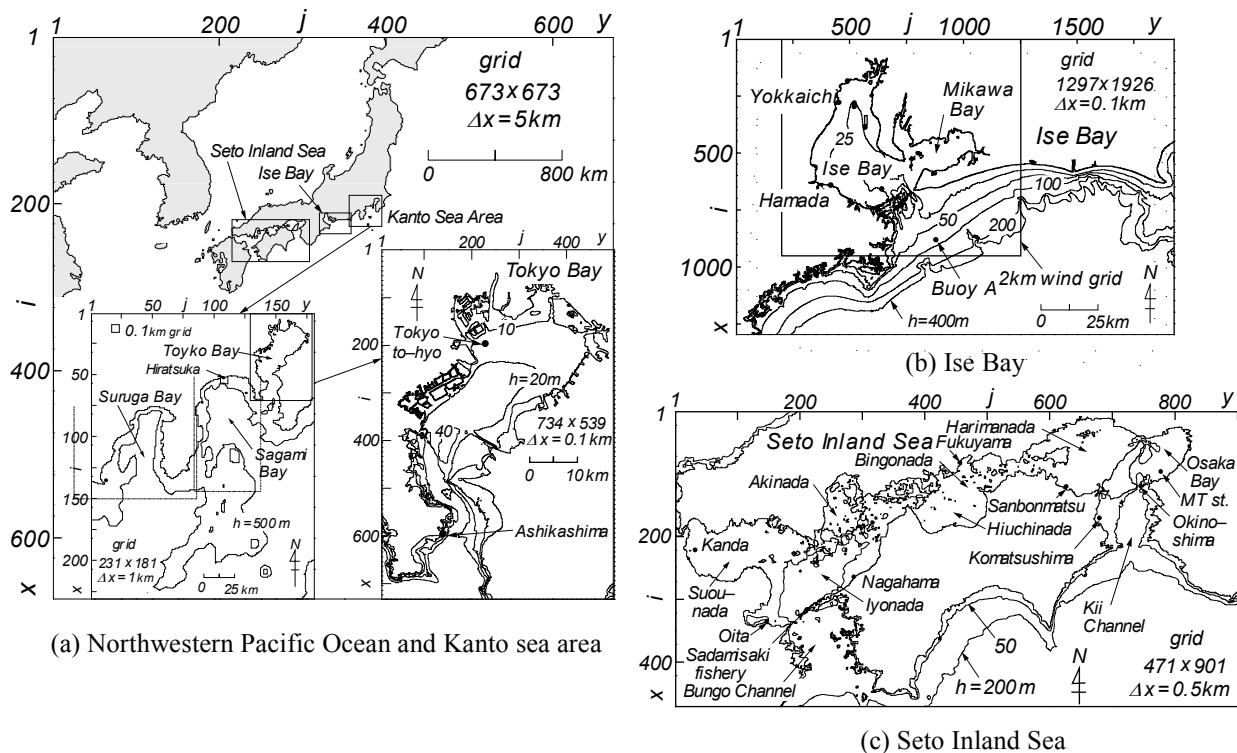


Fig. 3 A nested grid system used in wave hindcasting and location of wave measurement stations in any of Kanto sea area, Ise Bay and the Seto Inland Sea area^{[2],[5]}.

解析対象とする資料は45年間にわたる気圧・風速・波高の1時間間隔資料より求めた①月別、②季節別(6~8月の夏季と、12~2月の冬季)、③年別の、上位1/3の平均値(p_H , U , H)と気圧に関しては下位1/3の平均値(p_L)の各要素平均値資料である。Fig. 4は各期間(夏季, 冬季, 年)について東京における $p_H (= p_{H_{1/3}}^{()})$ と $p_L (= p_{L_{1/3}}^{()})$ 資料, 伊勢湾シーバースにおける $U (= U_{1/3}^{()})$ 資料および東京灯標における $H (= H_{1/3}^{()})$ 資料の経年変化を山口ら^[5]より採録して例示する。各資料は大なり小なり年ごとの変動や一方向的な傾向変動(トレンド)を含んでいる。各資料値を η で表すと、その平均値 $\bar{\eta}$ と標準偏差 $\sigma(\eta)$ で無次元化した $\bar{\eta} = (\eta - \bar{\eta})/\sigma(\eta)$ を改めて η として解析に使用する。ここで、 η は期間(夏季, 冬季, 年, 月)別に得られた p_H , p_L , U , H の各資料に対応するのは言うまでもない。

これに加えて1951~2012年の62年間のうち上記資料と同じ1961~2005年の45年間における9種類の気候変動指標、すなわち①MEI(多変数エルニーニョ・南方振動(ENSO)指数)、②NP(北太平洋)パターン or NPI(北太平洋指数)、③AOI(北極振動指数)、④PDO(太平洋10年規模振動)、⑤WP(西太平洋)パターン or 指数(Index)、⑥PNA(太平洋・北米)パターン or (Index)、⑦SOI(南方振動指数)、⑧NAO(北大西洋振動)、⑨ONI(海洋ニーニョ指数)を取りあげる。資料入手先は(i)National Oceanic and Atmospheric Administration (<http://www.noaa.gov/>), ①, ③, ⑤, ⑥, ⑧, ⑨), (ii)University Corporation for Atmospheric Research (<http://www2.ucar.edu/>), ②), (iii)University of East Anglia (<http://www.uea.ac.uk/>), ⑦), University of Washington (<http://www.washington.edu/>), ④)である。Table 1は各気候変動指標(Climat Change Index; CCI)の定義等の一覧、Fig. 5は1例として冬季における⑤WPの経年変化を示す。表中の第1列のCCI名の下に卓越周期^[7]と関係要素を記す。

気圧・風速・波高資料と気候変動指標における統計的特性を調べるために(i)スペクトル解析, (ii)単(純)相関, 重相関解析, (iii)EOF解析を、長期変動特性を調べるために(iii)傾向変動解析, (iv)ジャン

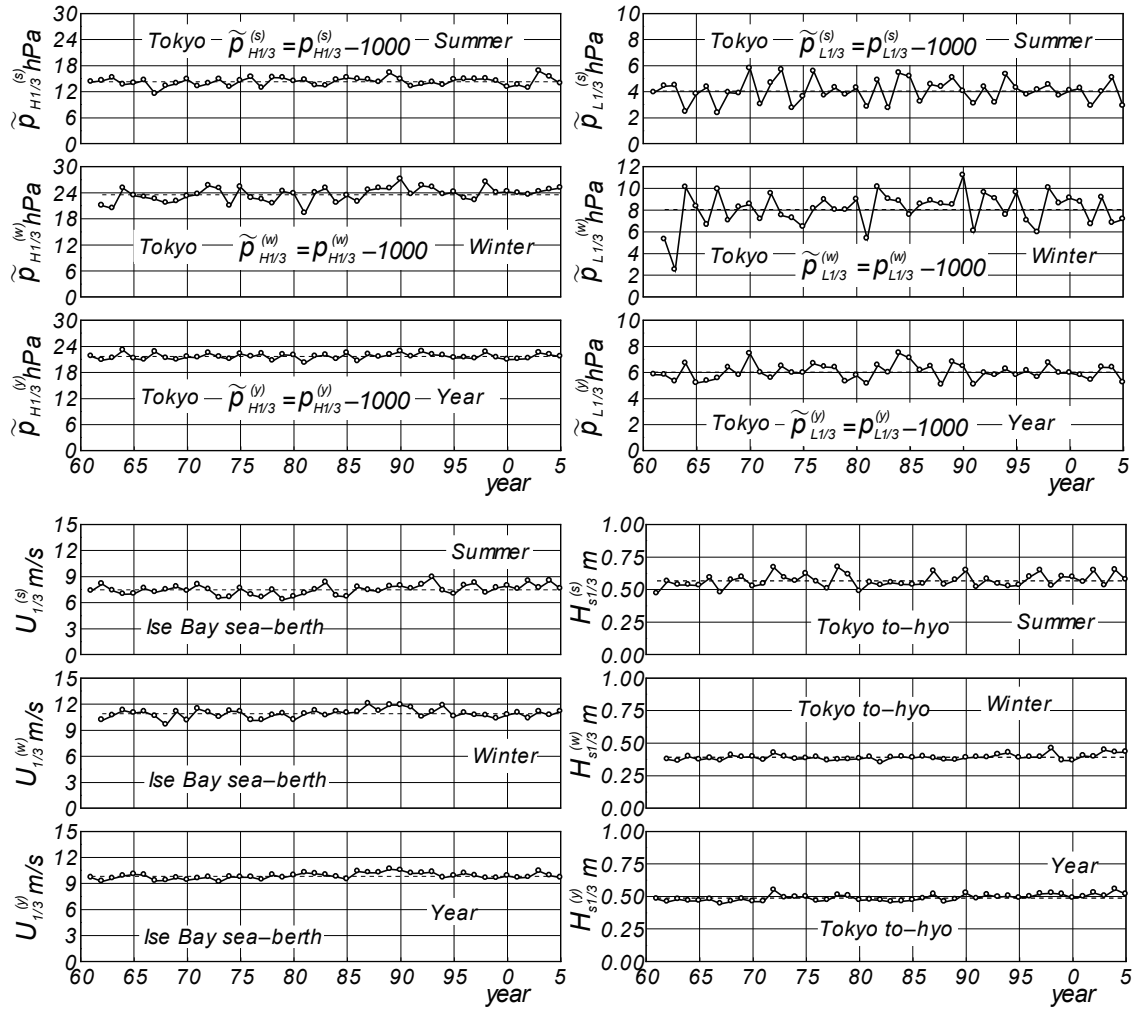


Fig. 4 Yearly variation of period(summer, winter, year)-separated p_H , p_L , U , H data samples at representative point^[5].

プ解析を行う。方法の内容は以下の章で順次述べる。

3. 資料の統計的特性の検討

3.1 資料のスペクトル特性

スペクトル解析には、高い解像度が期待できる MEM^[21]を使用する。しかし、MEM では、用いるフィルターの項数によりピーク周波数などスペクトルの推定値が変化することから、任意個数（演算速度を考慮すると、5以下の素数の積による組合せ）に対応できる拡張型 FFT 法によるスペクトル解析も補助的に実施し、両者によるピーク周波数の対応などをチェックする。MEM の適用条件は資料数 $N=45$ (夏季, 冬季, 年別資料), フィルター項数 $m=10$, 周波数解像度 $\Delta f = 1/(N-1)\Delta t = 1/44$ (1/年), $\Delta t = 1$ 年, 資料数 $N=540$ (45年×12ヶ月の月別資料), $m=45$, $\Delta f = 1/(N-1)\Delta t = 1/44.92$ (1/年), FFT 法の適用条件は $N=45$, 生スペクトルの平滑化数 $l_s = 3$, $m = N/(l_s + 1) = 45/4 = 11$, $\Delta f = 1/2m\Delta t = 1/(2 \times 11 \times 1) = 1/22$ (1/年), 月別資料では $N=540$, $l_s = 3$, $m=135$, $\Delta f = 1/22.5$ (1/年) である。

Table 1 List of definition and role for any of climate change indices.

| CCI | remarks |
|----------------------|---|
| ①MEI 5年3年 | 海面気圧 (SLP), 緯線・経線方向の風速成分, 海面水温 (SST), 海面気温, 総雲量に対する EOF。 正值のときエルニーニョ, 日本で長梅雨・冷夏・暖冬, 負値のときラニーニャ。 |
| ②NPI SLP | 30°N-65°N, 160°E-140°W の領域において領域平均した海面気圧 (SLP) を標準偏差で規格化したもの。平均値の変動は数 hPa で小。 正值のときアリューシャン低気圧 (AL)・偏西風弱く暖冬, 負値のとき強い。厳冬 PDO と逆の関係。 |
| ③AOI 8年3年 SLP | 20°N 以北の北半球の月平均海面気圧 (SLP) 偏差の EOF 第 1 モード。NAO と符号一致。環状構造, 北半球環状モード (NAM) と呼ばれる。正值の場合, 北極域で気圧低く中緯度付近で高い。気圧差増大。准 10 年周期変動。 |
| ④PDO 5年3年 SST | 北太平洋 20°N 以北の海水温 (SST) 偏差の EOF 第 1 モードの時間係数。太平洋に変動の中心。日本付近の冬季気候に関係。正值では太平洋中央部の海水温低く AL と偏西風強く太平洋東部で S 風強い。warm phase でエルニーニョ, cool phase でラニーニャに対応。ENSO によく似た分布を示すが, 時間 scale は ENSO より長い。これに対して大西洋では約 20 年周期で大気・海洋連動変動。北大西洋の海水温偏差を用いて求めた AMO (Atlantic Multi-decadal Oscillation ; 大西洋数十年周期振動) 指数。 |
| ⑤WP 500hPa | 北西太平洋領域の 500hPa 高度場偏差の EOF 第 1 モード。北西太平洋上での高度場偏差の南北の双極子構造で特徴づけられるパターンあるいは太平洋西部の南北で 500hPa 高度偏差が大きく異なるパターン。太平洋西部で 45°N を境に 500hPa 偏差の符号が逆になる。ENSO の影響で PNA パターン (や THN パターン) とともに変動する。ENSO : WP と PNA の組合せと強い相関。初冬ユーラシア大陸における循環場の違い反映, 極東域での天気と気候変動に重要。 |
| ⑥PNA 500hPa | 500hPa 面 (高度約 5,500~6,000m) での高度偏差の分布。4 地点における 500hPa のジオポテンシャル高度の和と差で計算。正值のとき AL の中心が東へ移動・強化。偏西風の経路北へ移動, 日本付近の低気圧弱まり暖冬傾向。冬季に PDO と正の相関。 |
| ⑦SOI SLP | タヒチ (17°S, 150°W) とオーストラリアダーウィン (12°S, 131°E) におけるそれぞれの地上気圧偏差の差を指標化したもので, 貿易風の強さの目安の 1 つ。2 地点の気圧偏差は負の相関。負値の場合西太平洋で低気圧高く, 東太平洋で高気圧低い。結果的に圧力勾配 (貿易風) 弱い (エルニーニョ), 正值の場合圧力勾配強くラニーニャ。 |
| ⑧NAO 約 3 年 SLP | アイスランド低気圧 (IL) とアゾレス諸島高気圧 (AH) の中心付近の海面気圧 (SLP) 偏差の差を 1964~1993 年の平均標準偏差で割ることで定義。PDO に対応。正值の時 IL と AH 強く, 気圧傾度 (勾配) 大となり, 偏西風強くかつ蛇行。ヨーロッパ酷暑・暖冬。アイスランド低気圧の増大はオホーツク海高気圧の強化を招き, 日本で冷夏。AOI と有意な相関。偏西風の強さと海面からの熱の放出の指標。大西洋 10 年周期振動。 |
| ⑨ONI SST | ニーニョ 3.4 領域 (5°N-5°S, 120°W-170°W) における海面水温 (SST) の 3 ヶ月移動平均 (NOAA の定義, 監視海域および平均海水温の継続時間に関して気象庁と異なる)。継続時間を考慮して+0.5°以上の正值でエルニーニョ, 負値でラニーニャ。 |

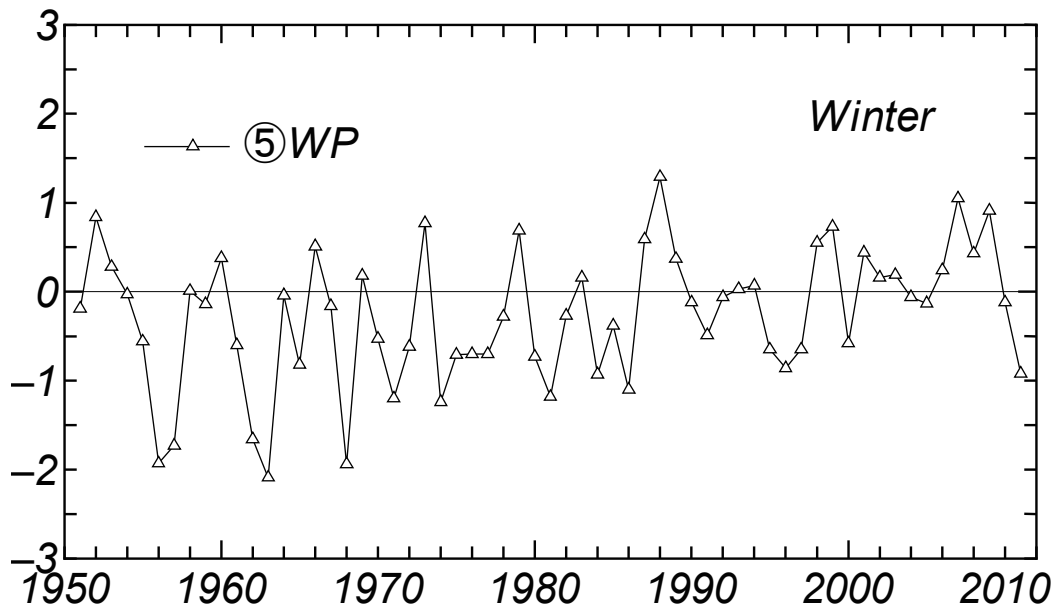


Fig. 5 Yearly variation of WP index in winter.

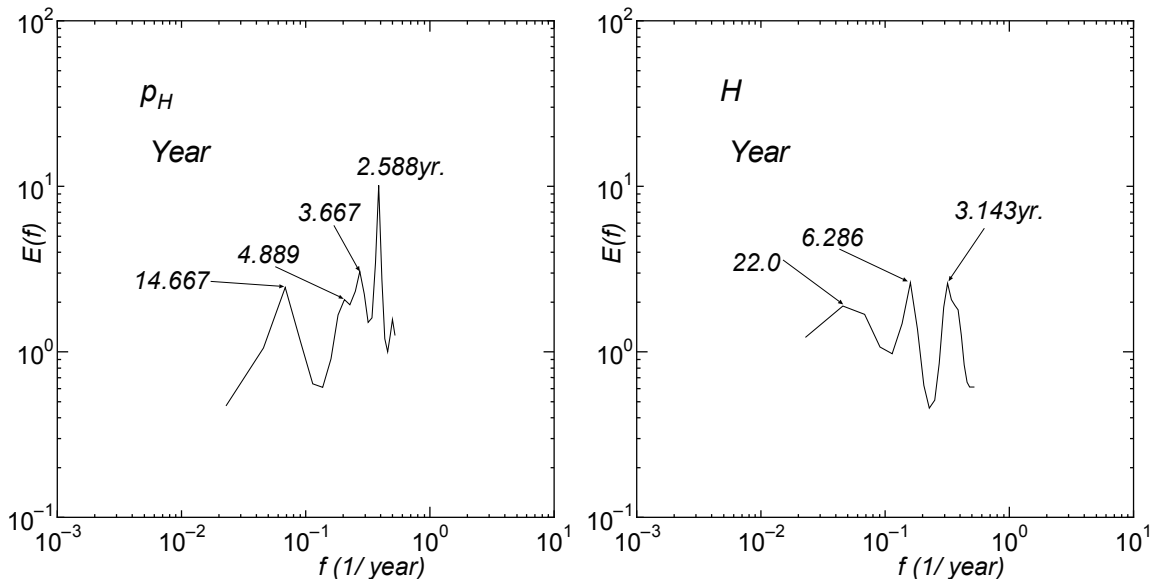


Fig. 6 MEM spectra for yearly p_H data sample at Tokyo and for yearly H data sample at Tokyo-to-hyuu.

Fig. 6 は東京における年別の p_H 資料および東京灯標における年別の H 資料に対する MEM スペクトル $E(f)$ を示し、図中にはピーク年を与える。 p_H スペクトルでは 2.588 年の第 1 ピークが突出し、他に 3.667 年と 14.667 年に第 2 ピークと第 3 ピーク、4.889 年に第 4 ピークがみられる。一方、 H スペクトルでは 6.286 年と 3.143 年の第 1 ピークおよび第 2 ピークのスペクトル値が拮抗し、第 3 ピークである 22 年でもスペクトル値はそれほど変わらない。要するに、スペクトル形は複数のピークを伴うものの、相対的に平坦である。

Fig. 7 は冬季の p_H , p_L , U , H の各資料に対して各地点における MEM スペクトル解析から得た第 1 ピークをとる年数、すなわち第 1 ピーク年 (—●— No.1), 第 2 ピーク年 (—*— No.2), 第 3 ピーク年 (—△— No.3), 第 1 ピークスペクトル値 E_1 に対する第 2 ピークスペクトル値 E_2 の比率 $\gamma_{12}(= E_2/E_1)$, 第 3 ピークスペクトル値 E_3 に対する比率 $\gamma_{13}(= E_3/E_1)$ および対象資料の標準偏差 (σ_{p_H} ,

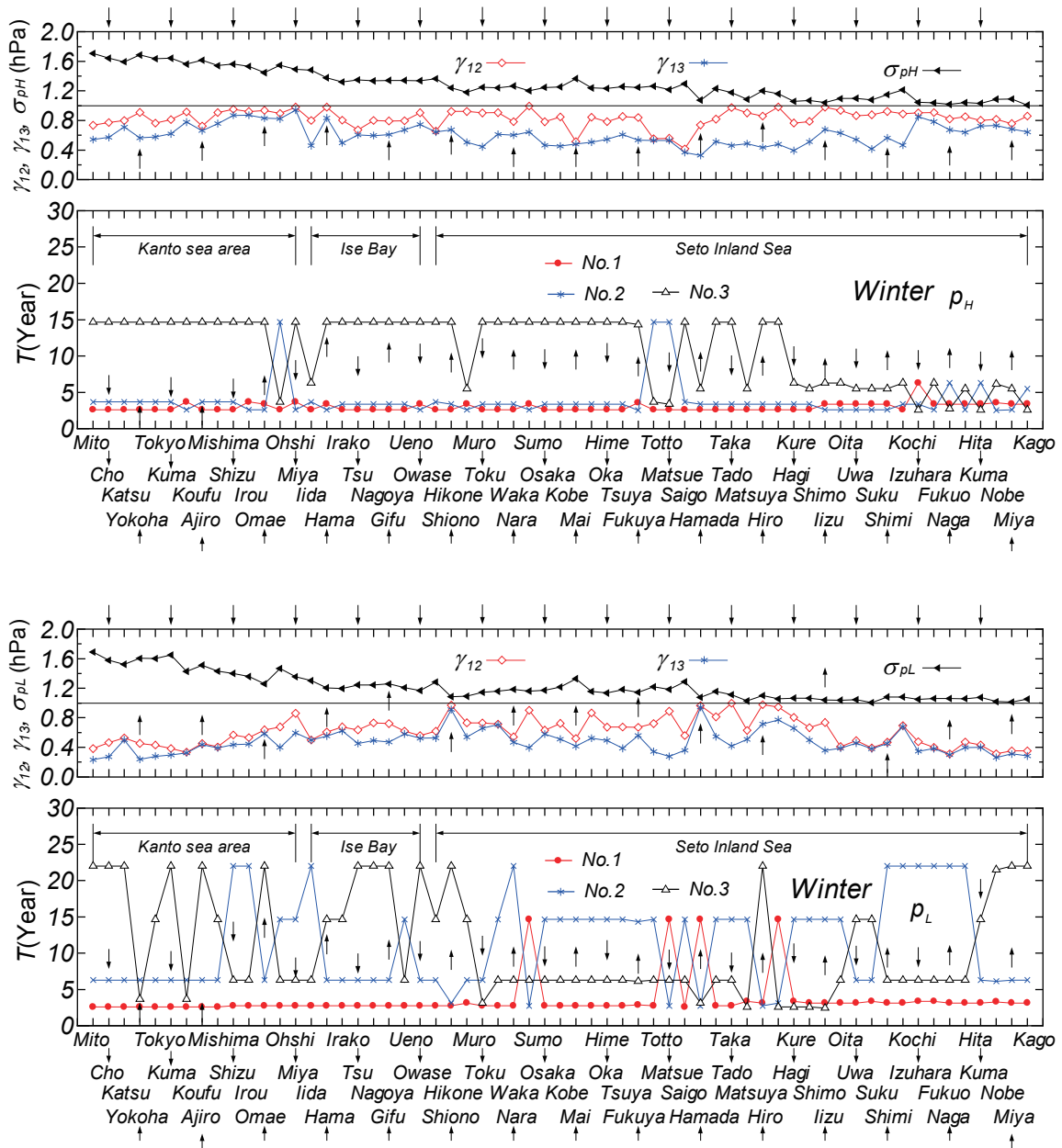


Fig. 7 MEM-based spectral analyses for p_H , p_L , U and H data samples in winter at measurement sites in inner sea areas (1).

σ_{p_L} , σ_U , σ_H) をそれぞれ全地点について与える。図には関東沿岸領域、伊勢湾領域、瀬戸内海領域の範囲を表す平行線も示している。これらの図において各指標の地点間変動が著しいために、その系統的变化傾向を見出すことは容易でないが、ピーク年、とくに第1ピーク年に関して地点間でその変化が比較的安定していることや、 p_H および p_L についての標準偏差 σ_{p_H} と σ_{p_L} は関東沿岸領域北東側から瀬戸内海領域西側に向けて系統的に減少する傾向にあることが伺える。 σ_{p_H} や σ_{p_L} の領域変化は冬季における低気圧の発達・進行や西高東低の気圧配置を反映するものであろう。

各資料に基づくスペクトルのピーク年が近接する地点間で比較的安定していることから、全対象地点を7区間に分割してその区間に属するスペクトルの平均値から再度ピーク年を抽出した。Table 2はMEM法によるスペクトル成分の各周期(M-T)に次いで、冬季の p_H , p_L 資料に対する7つの区間別ピーク周期(年)と第1スペクトル値 E_1 およびピークスペクトル比(E_i/E_1 の%値)と順位を与える。

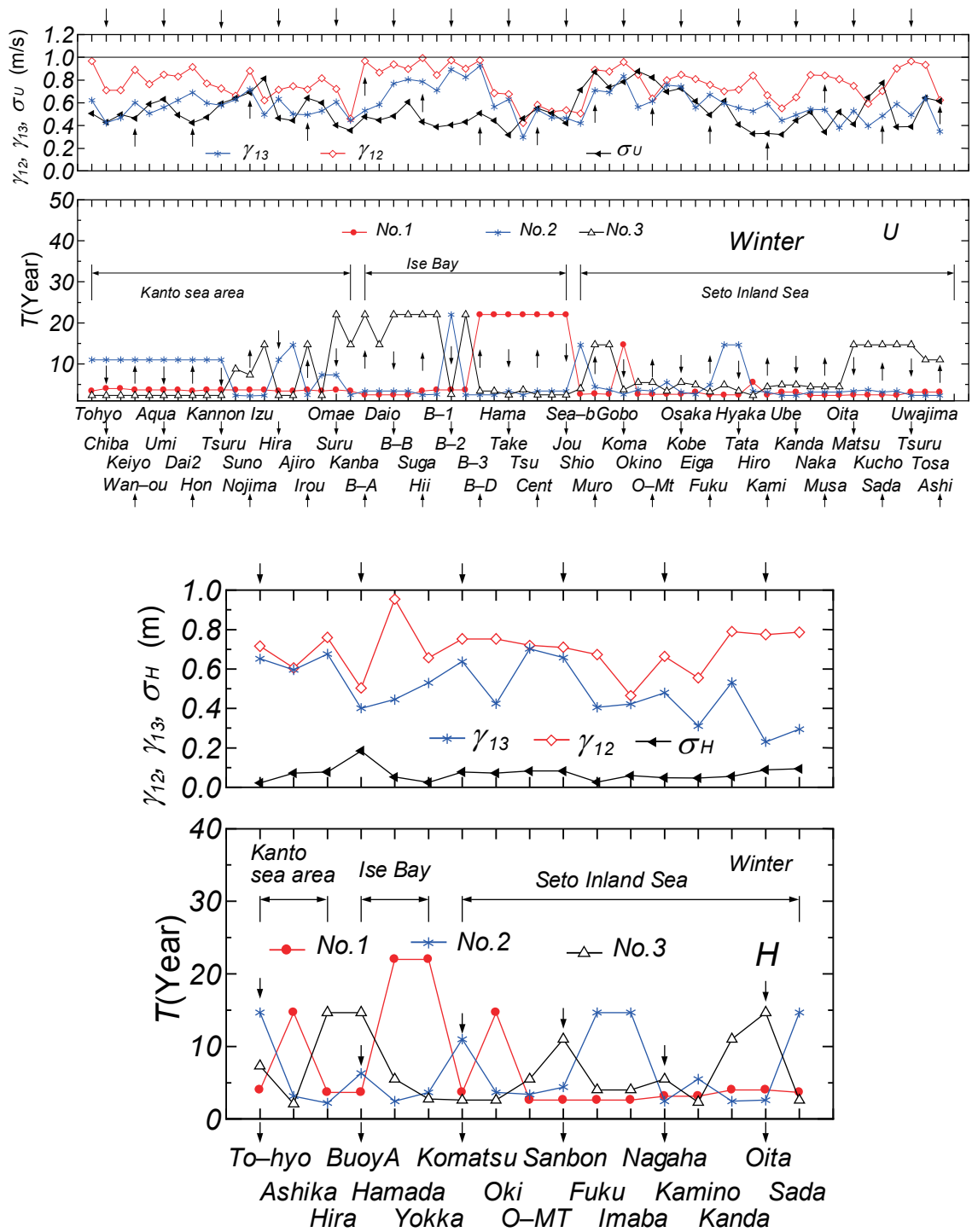


Fig. 7 MEM-based spectral analyses for p_H , p_L , U and H data samples in winter at measurement sites in inner sea areas (2).

ピーク周期はFFT法によるスペクトルによっても確認を行ったことから、FFT法によるスペクトル成分の各周期 (F-T) も最左欄に記載している。これによると、ピークの概略年は2.6~2.8年, 3.3年, 6.3年, 15年であり、区域間の相違も小さい。このうち、第1ピークは p_H , p_L ともに概略で2.6~2.8年, 第2ピークは p_H 資料で3.4~3.7年, p_L 資料で6.3年(北東側区間)と14.7年(西側区間)をとる。なお、FFT法によるピーク年はMEMによるピーク年の近くに位置する。 p_H , p_L 資料のいずれも同じ

Table 2 List of peak year periods, the largest spectral value(E_1), spectral ratio to E_1 (%) and its ranking in MEM-based spectra for either p_H or p_L data samples in winter.

| F-T year | M-T year | (1) | | (2) | | (3) | | (4) | | (5) | | (6) | | (7) | |
|-------------|-------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| | | p_H | p_L | p_H | p_L | p_H | p_L | p_H | p_L | p_H | p_L | p_H | p_L | p_H | p_L |
| | 44 | | | | | | | | | | | | | | |
| 22.5 | 22 | | 32③ | | 51③ | | | | | | | | | | |
| | 14.67 | 66③ | | 81③ | | 63③ | 49③ | 52③ | 66② | 43③ | 77③ | 39③ | 91② | — | 39② |
| 11.25 | 11 | | | | | | | | | | | | | | |
| | 8.8 | | | | | | | | | | | | | | |
| 7.5 | 7.33 | | | | | | | | | | | | | | |
| | 6.29 | 48④ | 42② | 59④ | 53② | 47④ | 65② | 38④ | 59③ | | 62④ | 27④ | 43④ | 68③ | 38③ |
| 5.625 | 5.50 | | | | | | | | | 42④ | | | | | |
| | 4.89 | | | | | | | | | | | | | | |
| 4.5 | 4.40 | | | | | | | | | | | | | | |
| | 4.00 | | | | | | | | | | | | | | |
| 3.75 | 3.67 | 82② | 25④ | 92② | | | | | | | | | | | |
| | 3.385 | | | | 34④ | 79② | 36④ | 85② | | 94② | | 55② | | 100 | |
| 3.214 | 3.14 | | | | | | | | 54④ | | 100 | | 51③ | | 100 |
| | 2.93 | | | | | | | | | | | | | | |
| 2.813 | 2.75 | | | | 100 | | 100 | | 100 | | 84② | | 100 | | |
| | 2.59 | 100 | 100 | 100 | | 100 | | 100 | | 100 | | 100 | | 86② | |
| 2.50 | 2.44 | | | | | | | | | | | | | | |
| E_1 | | 500 ^① | 716 ^① | 382 ^① | 618 ^① | 455 ^① | 602 ^① | 484 ^① | 491 ^① | 455 ^① | 377 ^① | 642 ^① | 435 ^① | 438 ^① | 552 ^① |

1)Mito—Mishima(10) 2)Irouzaki—Hamamatsu(6) 3)Irago—Owase(7) 4)Shionomisaki—Tokushima(10)
5)Takamatsu—Kure(11) 6)Tottori—Hagi(6) 7)Shimonoseki—Kagoshima(11)

E_1 : 100-multiplied spectral value

気圧資料から求められているので、ピーク周期も相互に近い結果を与える。

Table 3 は夏季と冬季のU資料におけるピーク周期(年)と第1位スペクトル値(E_1)およびピークスペクトル比(%)と順位の一覧を示す。夏季U資料ではピーク年は概略で北東側区間から西側区間へ22~11年, 5年前後, 3年前後, 2.3年前後, および冬季のU資料では22~11年, 7~5年, 4~3.4年, 2.6~2.3年であるが, 区間ごとあるいは夏季と冬季で相違がみられる。したがって, 第1ピーク年や第2ピーク年にも区間依存性がみられ, 必ずしも一貫した傾向を見出せない。

以上に示したように, p_H , p_L , U , H の各要素の期間別資料におけるピーク年は要素, 対象期間および区間の影響を受けることから, 系統的なとりまとめやそれに基づく議論は容易でない。

そこで, 期間(夏季, 冬季, 年)別の各要素(p_H , p_L , U , H)のピーク周期(年)の範囲と周期別スペクトル値の順位を模式的にまとめたのがTable 4である。図中の矢印の方向はピーク周期が関東沿岸領域の北東部から瀬戸内海領域の西部に向けて増加する場合に下向き(↓), 逆の場合に上向き(↑), 領域間で増減方向が変化する場合に両方の向き(↕)を表す。また, ○印の中の数字は各周期の間のスペクトル値の順位を示すが, 区間ごとに必ずしも同一の順位をとらない場合には複数個の順位を与えている。この表では区間情報(どの区間, あるいは波高の場合どの地点でいずれのピーク周期をとる

Table 3 List of peak year periods, the largest spectral value(E_1), spectral ratio to E_1 (%) and its ranking in MEM-based spectra for U data sample in either summer or winter.

| M-T year | (1) | | (2) | | (3) | | (4) | | (5) | | (6) | | (7) | | (8) | |
|-------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| | Sum. | Win. | Sum. | Win. | Sum. | Win. | Sum. | Win. | Sum. | Win. | Sum. | Win. | Sum. | Win. | Sum. | Win. |
| 44 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 22 | | | | | 76④ | | 59② | 100 | | | | | | 13④ | | |
| 14.67 | | | 37④ | | | | | | 22③ | 56③ | | 56④ | | | | 45③ |
| 11 | 25③ | 86② | | 71② | | | | | | | 59③ | | | | 52③ | |
| 8.8 | | | | | | | | | | | | | 39③ | | | |
| 7.33 | | | | | | 54③ | | | | | | | | | | |
| 6.29 | | | | | | | | 40④ | | | | | | | | |
| 5.50 | 14④ | | | | | | | | | 50④ | | | | | | |
| 4.89 | | | 44③ | | 100 | | 33③ | | 100 | | 100 | 62③ | 62② | 47③ | | |
| 4.40 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4.00 | | 100 | | | | | | | | | | | | | 58② | |
| 3.67 | | | | 100 | | 100 | | | | 64② | | | | | | |
| 3.385 | | | | | | | 100 | 83③ | | | | 73② | | | | |
| 3.14 | 100 | | 100 | | 89② | | | | | | | | | 100 | | 95② |
| 2.93 | | | | | | | | | 38② | | | | 100 | | | |
| 2.75 | | | | | | | | | | | 90② | | | | | |
| 2.59 | | | | | | | | | | 100 | | | | | 100 | |
| 2.44 | | | | | | | 32④ | 84② | | | | 100 | | | | |
| 2.32 | 30② | 55③ | | 61③ | | 68② | | | | | | | | 60② | | 100 |
| 2.20 | | | 53② | | 84③ | | | | | | | | | | | |
| E_1 | 803 ^① | 334 ^① | 488 ^① | 371 ^① | 325 ^① | 404 ^① | 483 ^① | 397 ^① | 612 ^① | 430 ^① | 330 ^① | 403 ^① | 477 ^① | 766 ^① | 343 ^① | 437 ^① |

- 1)Tokyo to-hyo—Umihotaru(6) 2)Dainikaiho—Sunosaki(5) 3)Nojimazaki—Irouzaki(4)
 4)Ajiro—Omaezaki(4) 5)Jounan—Hii(15) 6)Shionomisaki—Eigashima(9) 7)Fukuyama—Nakatsu(8)
 8)Musashi—Ashizurimisaki(9) E_1 : 100-multiplied spectral value

かということ)は示されていない。概略でみると、期間および要素によらず、ピーク周期帯は4つ(2.3~2.7年, 2.9~3.5年, 4.5~7年, 8~22年)からなるようであるが、細部においては要素ごとあるいは期間別に異なることから、包括的な議論は難しい。 p_H および p_L でもピーク周期(年)は期間によってその値と順位を変え、また p_H と p_L の間でもこれらが異なる。 H についてはピーク周期帯と順位の間への依存性は比較的弱いようであり、ピーク周期帯が2.3~2.7年, 3.1~3.7年, 4.9~7.3年, 11~22年の4つに分類され、3.1~3.7年の周期帯が第1位値をとる傾向にある。 U についても類似した傾向がなくもないが、周期帯の範囲や順位が期間によって安定しない。

要するに、関東沿岸領域から瀬戸内海西部に至る領域での p_H , p_L , U , H の期間別資料に対するMEMスペクトルはおおむね4つのピーク周期帯をもつが、ピーク周期帯やそこでのスペクトル値の周期空間における順位は期間や要素によって変化し、系統的な特性を見出すことは難しい。しかし、 H 資料に関しては、期間によらず比較的安定的にピーク周期帯が確定され、しかも第1ピーク帯は3.1~3.7年と推定される。

Table 4 List of range of peak year period and ranking of spectral value at each peak year period in MEM-based spectra for any of term-grouped p_H , p_L , U and H data samples.

| No. | M-T year | Summer | | | | Winter | | | | Year | | | |
|-----|----------|--------|-------|------|------|--------|-------|------|------|-------|-------|------|-----|
| | | p_H | p_L | U | H | p_H | p_L | U | H | p_H | p_L | U | H |
| 1 | 44 | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 22 | | | ↑ | ↑ | | ③ | ↑ ① | ↑ | ↑ ③ | | ↓ ② | ↑ |
| 3 | 14.67 | | | ③ | ② | ③ | ↓ -② | ↓ -④ | ↑ ② | | ↓ ③ | ↓ ① | ③ |
| 4 | 11 | | ↓ ③ | ↓ | ↓ -③ | | | ↓ -② | ↓ -① | | ↓ ① | | ↓ |
| 5 | 8.8 | ↓ ① | ↓ -① | | | | | | | | | | |
| 6 | 7.33 | ↓ | | | ↑ | | | ↓ | ↓ | | ↑ | | |
| 7 | 6.29 | | | | | ④-③ | ②-④ | ④ | ↑ | ↑ | ④ | ↓ ① | ↓ |
| 8 | 5.50 | | | ↓ ④ | ③ | | | ↓ -③ | ↓ ③ | ④ | | ↓ -③ | ② |
| 9 | 4.89 | | ↓ ④ | ↓ -① | ↓ | | | ↓ | | | | | ↓ |
| 10 | 4.40 | | ↓ | | | | | | | | | | |
| 11 | 4.00 | | | | | | | ↓ | ↑ | | | | |
| 12 | 3.67 | | | | ↑ | ② | | ① | ① | ② | | | ↑ |
| 13 | 3.385 | | | ↓ | ① | ↓ | ④ | ↓ -② | ↓ | ↓ -① | | ③①② | ① |
| 14 | 3.14 | ↑ ② | ① | ① | ↓ | | ↓ | ↓ -① | ↓ | ↓ | | | ↓ |
| 15 | 2.93 | ↓ | | ↓ | | | | | | | ↑ ②③ | | |
| 16 | 2.75 | | | ↓ | ↓ | | ↑ ① | | | | ↓ -① | ②④① | |
| 17 | 2.59 | | | ↓ | ② | ① | ↑ | ↑ ① | ↑ | ①②③ | | | ↑ |
| 18 | 2.44 | | ↓ ② | | | | | ↓ -② | ↓ ② | | ③-① | | ② |
| 19 | 2.32 | | ↓ | | ↓ | | | ↓ -④ | ↓ -③ | | | | |
| 20 | 2.20 | | | | | | | | | | | | |
| 21 | 2.10 | | | | | | | | | | | | |

つぎに、気候変動指標のスペクトル特性を検討する。Fig. 8はFig. 5に与えた冬季のWP資料に対するMEMスペクトル ($N=45$, $m=10$, $\Delta f = 1/44$ (1/年))を示す。スペクトルは第1位ピーク $T=4.89$ 年、第2位ピーク 3.14年 (第1位ピークのスペクトル値に対するスペクトル比 $\gamma = 0.57$)、第3位ピーク 11.0年 ($\gamma = 0.35$)、第4位ピーク 2.20年 ($\gamma = 0.19$)の4つのピークを与える。この場合のスペクトル比は最も小さいもので0.19であるから、スペクトル形状は比較的平坦である。

同様に、9種類の気候変動指標から作成した夏季資料および冬季資料に対するMEMスペクトルにおいて、ピーク周期(年)と第1位スペクトル値(100倍)および第1位スペクトル値に対するスペクトル比(%)とその順位を与えたのがTable 5である。各気候変動指標は夏季および冬季についてそれぞれ別々のピーク年とその順位を与え、系統的なピーク構造を示さないが、各指標のピーク年は概略で11~22年、4.9~6.3年、3.1~3.7年、2.2~2.8年の4つのピーク周期帯に分類され、第1位値は4.9~6.3年の周期帯に入る気候変動指標が多いようである。これらの周期帯は要素別資料に基づく周期帯と概略において重なる。

9種類の気候変動指標の月別資料に対するMEMスペクトル ($N=540$, $m=10$, $\Delta f = 1/539$ (1/月)) = $1/44.92$ (年))を求めた。スペクトル形状はその類似性から(i)①MEIと⑨ONIと⑦SOI, (ii)②NPIと⑤

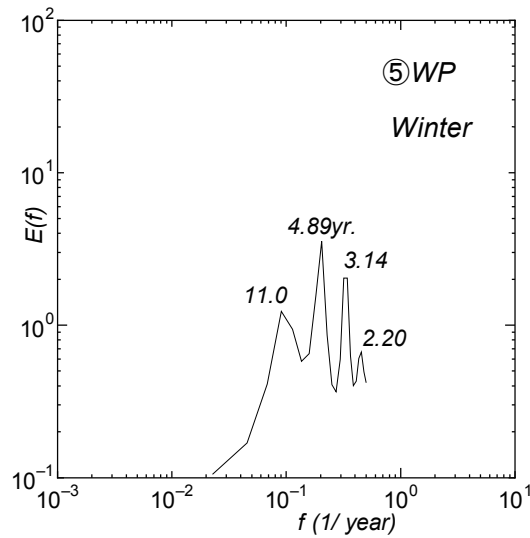


Fig. 8 MEM-based spectra for WP index data sample in winter.

Table 5 List of peak year periods, the largest spectral value(E_1), spectral ratio to E_1 (%) and its ranking in MEM-based spectra for any of climate change index data samples in either summer or winter.

| M-T year | 1.MEI | | 2.NPI | | 3.AOI | | 4.PDO | | 5.WP | | 6.PNA | | 7.SOI | | 8.NAO | | 9.ONI | |
|-------------|-----------------|------------------|------------------|-------------------|-----------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| | Sum. | Win. | Sum. | Win. | Sum. | Win. | Sum. | Win. | Sum. | Win. | Sum. | Win. | Sum. | Win. | Sum. | Win. | Sum. | Win. |
| 44 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 22 | | | | | | | | | 100 | | 18 ^③ | 98 ^② | 26 ^④ | | | | | |
| 14.67 | | 73 ^② | 100 | 45 ^④ | | | | 100 | | | | | 64 ^③ | | | | 90 ^② | 30 ^④ |
| 11 | | | | | | | | | | 35 ^③ | | | | | | | | |
| 8.8 | | | | | | 100 | | | | | | | | | | 88 ^② | | |
| 7.33 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 6.29 | | | | | | | | | | 36 ^③ | | | | | 100 | 100 | | |
| 5.50 | 81 ^② | | 82 ^② | 47 ^③ | 80 ^② | | | | | | | 16 ^④ | 54 ^③ | | | | 90 ^② | |
| 4.89 | | 100 | | | | | | 100 | 50 ^④ | | 100 | 100 | | 100 | | | | |
| 4.40 | | | | | | | | | | | | | | | | | | 100 |
| 4.00 | | | | | | 26 ^③ | | | | | | | | | | | | |
| 3.67 | 100 | | | | | | | | | 16 ^④ | | | 55 ^② | | | | | |
| 3.385 | | 55 ^④ | | | | | | | | | | 100 | | | | | 100 | |
| 3.14 | | | | 100 | | | 51 ^③ | 56 ^③ | | 58 ^② | | | | | 60 ^② | | | 66 ^② |
| 2.93 | | | | | | | | | | | | 44 ^② | | | | | | |
| 2.75 | | | | | 100 | 42 ^② | | | | | | | | | | 57 ^③ | | |
| 2.59 | | 57 ^③ | | | | | | | | | | 29 ^③ | | 95 ^② | | | | |
| 2.44 | 56 ^③ | | 61 ^③ | 48 ^② | | | | | | 44 ^② | | | 100 | | 52 ^③ | | 85 ^④ | 49 ^③ |
| 2.32 | | | | | | | | 85 ^② | | | | | | | | | | |
| 2.20 | | | | | | | 95 ^② | | | 19 ^④ | | | | | | | | |
| E_1 | 390 | 614 ^① | 455 ^① | 5454 ^① | 65 ^① | 653 ^① | 213 ^① | 284 ^① | 460 ^① | 354 ^① | 297 ^① | 676 ^① | 504 ^① | 465 ^① | 242 ^① | 267 ^① | 200 ^① | 754 ^① |

E_1 : 100-multiplied spectral value

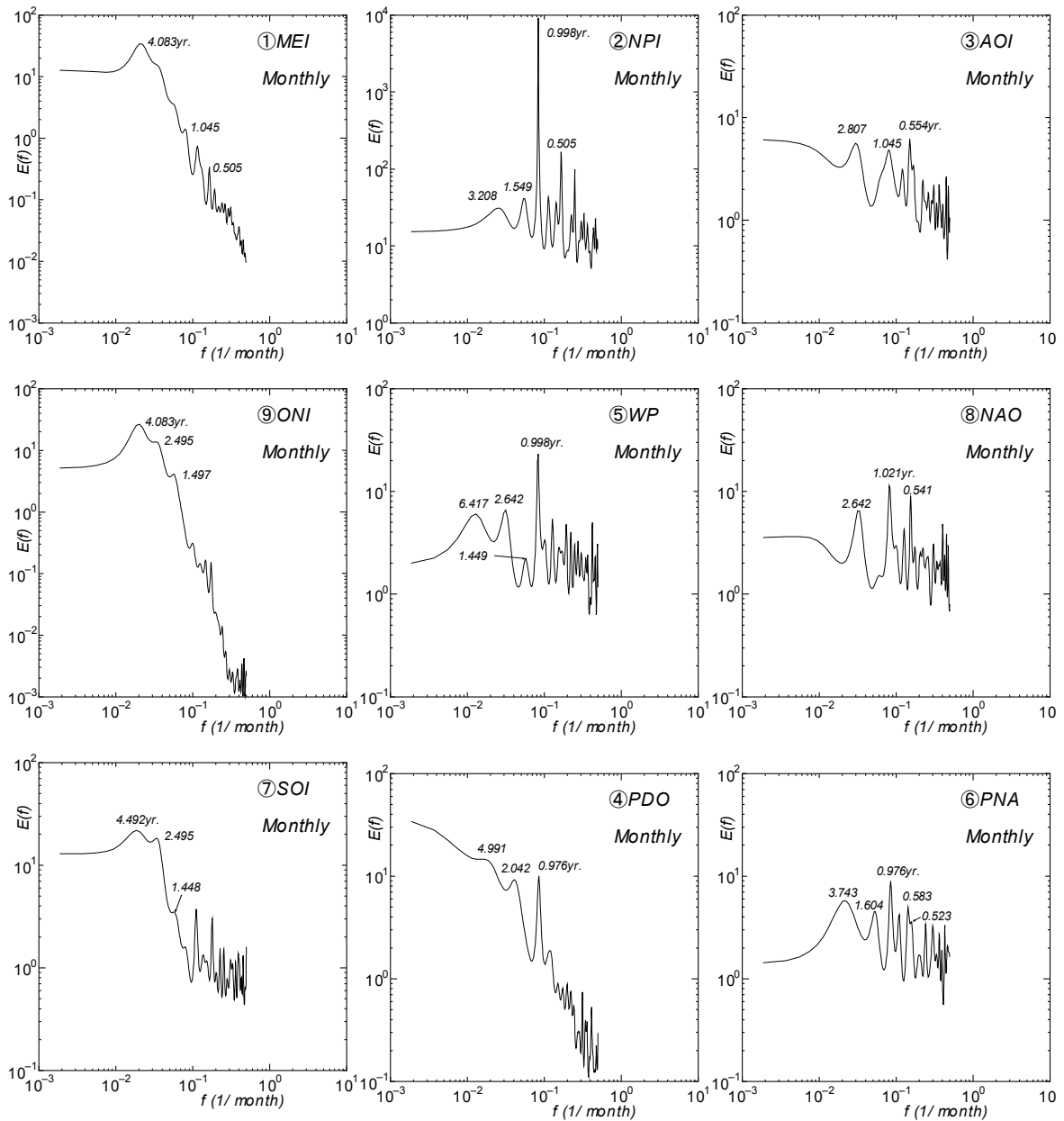


Fig. 9 MEM-based spectra for any of monthly data samples of 9 climate change indices.

WP, (iii)③AOI と⑧NAO と⑥PNA, (iv)④PDO の 4 タイプに大別される。Fig. 9 はこれらのスペクトルを与える。(i)のタイプに分類される①MEI と⑨ONI のスペクトルは約 4 年を第 1 ピークとする非常に類似した准単峯性のスペクトル形を示し、⑦SOI はこれを押しつぶした形をとる。(ii)に属する②NPI スペクトルは 1 年周期成分が著しく突出した形状であり、⑤WP にもその傾向が若干みられる。(iii)に分類される③AOI, ⑧NAO, ⑥PNA のスペクトルでは概略値として 1 年周期や 0.5 年周期がやや目立ち、このほか 2 年以上の成分ではそれぞれ順に 2.8 年, 2.6 年, 3.7 年などにピークをもつ。(iv)に属する④PDO のスペクトルは低周波側 (長い年数) から高周波側 (短い年数) にかけて低減するが、途中の准 1 年周期 (0.976 年) に鋭いピークをもつ。(ii)の⑤WP のスペクトルは 1 年周期成分がやや突出するものの、(iii)の③AOI, ⑧NAO, ⑥PNA のスペクトルに近い形状をもつとも言える。スペクトルにお

いて1年あるいは准1年周期成分が突出する気候変動指標は②NPI (0.5年成分も大きい), ⑤WP, ④PDO, ⑥PNA, ⑧NAO, ③AOI (ただし, 0.55年成分の方が大きい) の順であるが, ②NPIのスペクトルピーク値が圧倒的に大きい。これは後出の Fig. 16 に示す NPI (正確には NPI-1013) の経月変化図において NPI が1年周期で明瞭に変化することからも明白である。

Table 6 は9種類の気候変動指標の年別資料および月別資料に対する MEM スペクトルのピーク周期, 第1位スペクトル値 (年別資料の場合 100 倍値) およびスペクトル比 (%) とその順位の一覧を示す。最左欄は年別資料に対する成分周期 (年), 最右欄は月別資料に対する成分周期 (年: おおむねピーク値に該当するもののみ) を表す。ただし, 紙の幅を考慮して⑨ONIの結果を削除している。年別資料においても第1位ピーク周期 (年) は気候変動指標ごとに変化し, 一定しない。ピーク周期はスペクトル値の大きさの順に①MEI で 4.89 年 (泉宮・小関^[17]で 5 年), 22 年, 3.385 年 (3 年), ③AOI で 22 年 (泉宮・小関^[17]では 8 年), 2.75 年 (3 年), 4.00 年, ④PDO で 11 年, 4.89 年 (5 年), 3.14 年 (3 年), ⑧NAO で 2.59 年 (約 3 年), 5.50 年であるから, 本論文と泉宮・小関^[17]の結果には一応の対応がみられる。月別資料では第1位ピーク周期 (年) がほぼ1年をとるのは②NPI, ⑤WP, ⑥PNA, ⑧NAO であり, ③AOI ではむしろ 0.554 年を第1ピーク周期とする。一方, ①MEI (第1ピーク年 4.083 年), ④PDO (4.996 年), ⑦SOI (4.492 年) (⑨ONI で 4.083 年) では 4~5 年を第1ピーク年とし, ①MEI と⑨ONI では第1ピーク年 (4.083 年) が一致する。約4年の周期は ENSO (エルニーニョ・南方振動) に対応するものであろう。

以上みてきたように, 期間別の各要素資料および気候変動指標のスペクトルはいくつかの月別気候変動指標 (②NPI, ⑤WP, ⑥PNA, ⑧NAO など) で准1年周期のピークがみられる以外に, 系統的な特性を与えず, せいぜいピーク周期が概略で4つの周期 (年数) 帯 ((i)15年前後, (ii)5年前後, (iii)3.5年前後, (iv)2.5年前後) に大別される程度にしか記述されない。各要素資料および気候変動指標における4つのピーク周期帯はある程度重なるという意味では, 両者に関連があるのかもしれない。

Fig. 10 は冬季の⑤WP と大阪湾内の MT 局における冬季の波高(H)資料の年変化と両者の散布図およびクロススペクトル, すなわちコヒーレンス Coh と位相角 (phase) をそれぞれのスペクトル $E(T)$ とともに示す。各スペクトルは周波数でなく成分周期(T)と表示している。MEM に基づくクロススペクトルの計算法は一般的な方法となっていないで, ここでは拡張型 FFT 法による方法を用いている。この方法によるスペクトル解像度は低いので, 結果は参考値とみなした方が無難である。図中にはスペクトルのピーク周期 (年), 各ピーク周期でのコヒーレンスと位相角も記載する。まず, WP と H の各資料は連動して変化しているようにみえるが, 相関係数 $\rho=0.456$ が示すように, 両者の相関はそれほど高くない。ついで, スペクトルをみると, ⑤WP スペクトルのピーク周期は 5.63 年と 3.21 年のほか 11.25 年, H スペクトルのピーク周期は 5.63 年と 2.81 年である。5.63 年周期は一致し, 約3年周期は相互に近い値をとる。他の気候指標と期間別要素資料のスペクトル解析の結果においても相互のピーク周期は比較的近いが, 必ずしも符合しない傾向にある。クロススペクトルについて, コヒーレンス (特定成分の線形的な相互関係) は3年前後の周期成分で1に近く, ⑤WP と H 資料においては3年前後の周期成分の間で線形的な関係を示唆するが, 5.63 年成分ではコヒーレンスは 0.62 と相関が相対的に低い値を与える。位相角 (phase) についても3年前後の周期成分では H 成分において WP 成分より $60\sim 70^\circ$ の遅れを生じるが, 5.63 年成分では約半分の 34° をとる。これが気候学的に意味するところは現段階では明らかでない。他の期間や要素の組み合わせについても同様のことが言える。

3.2 資料間の相関

(1) 気象・海象要素 (気圧・風速・波高) 資料の地点間相関

季節 (夏季, 冬季) 別, 年別, 月別の p_H , p_L , U , H の各資料について関東沿岸領域, 伊勢湾, 瀬戸内海の各領域で地点間相関を調べた。Fig. 11 は p_H , p_L , U の年別資料について相関係数 (ρ_H , ρ_L , ρ_U)

Table 6 List of peak year periods, the largest spectral value(E_1), spectral ratio to E_1 (%) and its ranking in MEM-based spectra for any of yearly or monthly climate change index data samples.

| M-T (year) | 1.MEI | | 2.NPI | | 3.AOI | | 4.PDO | | 5.WP | | 6.PNA | | 7.SOI | | 8.NAO | | M-data (year) |
|---------------|------------------|-------------------|------------------|-------------------|-----------------|-------------------|------------------|-------------------|-----------------|-------------------|-----------------|-------------------|------------------|-------------------|-----------------|-------------------|------------------|
| | Y | M | Y | M | Y | M | Y | M | Y | M | Y | M | Y | M | Y | M | |
| 44 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 22 | 99 ^② | | | | 100 | | | | | | | | | | | | 19.25 |
| 14.67 | | | | | | | | | | | | | 100 | | 32 ^⑤ | | 14.972 |
| 11 | | | | | | | 100 | | 99 ^② | | | | | | | | |
| 8.8 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 7.33 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 6.29 | | | | | | | | | | 26 ^③ | | | | | | | 6.417 |
| 5.50 | | | | | | | | | 100 | | | | | | 74 ^② | | |
| 4.89 | 100 | | 84 ^② | | | | 88 ^② | 100 | | | 100 | | 8 ^② | | | | 4.991 |
| 4.40 | | | | | | | | | | | | | 100 | | | | 4.492 |
| 4.00 | | 100 | | | 45 ^③ | | | | | | | | | | | | 4.083 |
| 3.67 | | | | | | | | | | | | 64 ^② | 65 ^③ | | | | 3.743 |
| 3.385 | 88 ^③ | | | | | | | | | | 88 ^② | | | | | | |
| 3.14 | | | 100 | 0 ^⑥ | | | 33 ^③ | | 50 ^④ | | | | | | | | 3.208 |
| 2.93 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2.75 | | | | | 79 ^② | 91 ^② | | | | | | | | | | | 2.807 |
| 2.59 | | | | | | | | | | 28 ^② | | | | 100 | 57 ^③ | | 2.642 |
| 2.44 | 22 ^④ | | | | | | | | 52 ^③ | | | | 47 ^④ | 84 | | | 2.495 |
| 2.32 | | | 63 ^③ | | | | 14 ^④ | | | | | 44 ^③ | | | | | |
| | | | | | | | | 63 ^③ | | | | | | | | | 2.042 |
| | | | | | | | | | | | | 51 ^④ | | | | | 1.604 |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | 1.497 |
| | | | | | | | | | | | | | | | 16 ^④ | | 1.449 |
| | | 4 ^② | | | | 78 ^③ | | | | | | | | | | | 1.045 |
| | | | | | | | | | | | | | | | 100 | | 1.021 |
| | | | | 100 | | | | | | 100 | | | | | | | 0.998 |
| | | | | | | | | 68 ^② | | | | 100 | | | | | 0.976 |
| | | | | | | 100 | | | | | | | | | | | 0.554 |
| | | | | | | | | | | | | | | | 80 ^② | | 0.541 |
| | | | | 2 ^② | | | | | | | | | | | | | 0.505 |
| E_1 | 278 ^① | 34.3 ^① | 436 ^① | 9190 ^① | 71 ^① | 6.23 ^① | 255 ^① | 14.6 ^① | 88 ^① | 23.2 ^① | 68 ^① | 89.5 ^① | 257 ^① | 21.8 ^① | 47 ^① | 11.3 ^① | |

E_1 : 100-multiplied spectral value of yearly data.

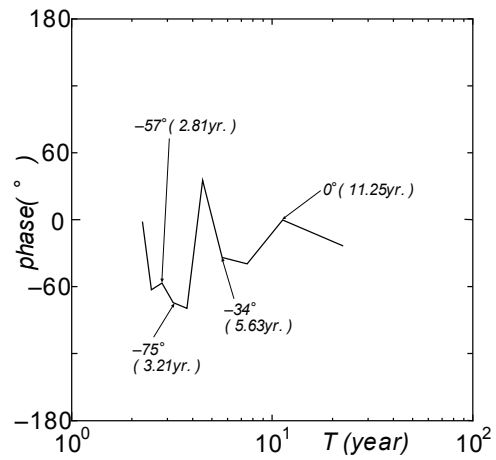
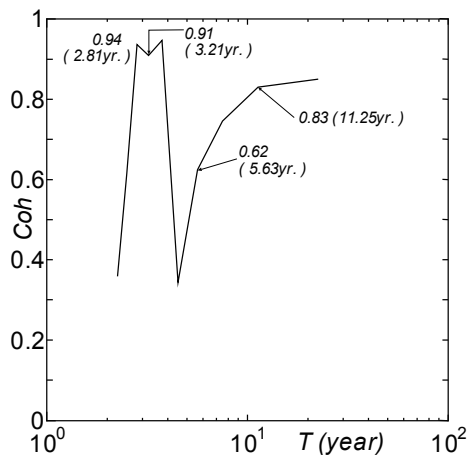
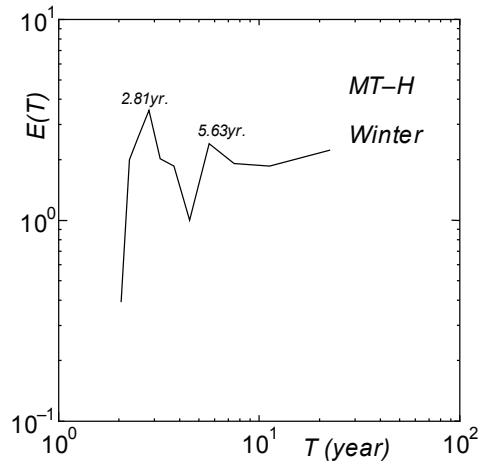
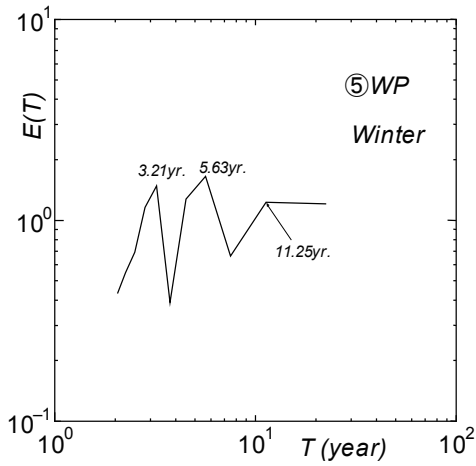
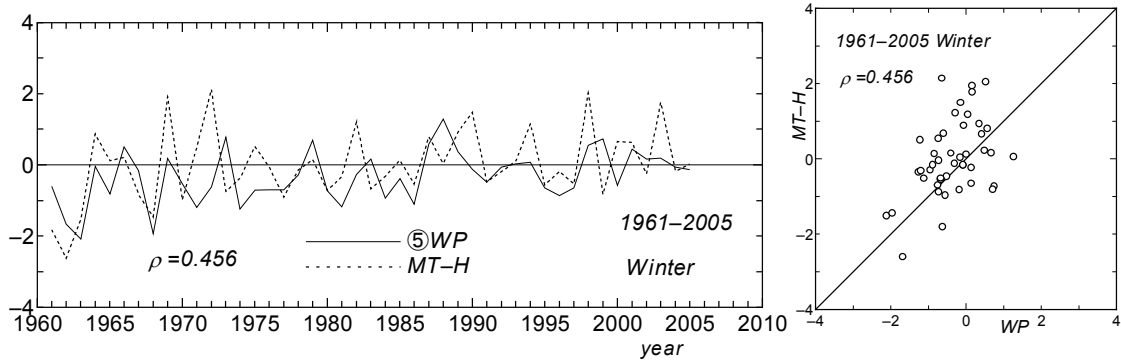


Fig. 10 Yearly variations of WP index and H data sample at MT station in Osaka Bay in winter, scatter diagram, FFT-based spectra and cross spectra(coherence and phase difference angle).

と地点間距離 l の関係を 3 領域で区別して与える。いずれの場合も地点間距離の増加とともに相関係数は減少し、その平均的傾向は図中の回帰曲線 ($l=0$ で $\rho = 1$ を通る $\rho = 1 - b + bl^c$) で近似される。要素別にみると、 p_H は領域のいずれにおいても $l < 250\text{km}$ で $\rho_H > 0.9$ となり、領域間の差がみられないのに対して、 p_L は著しい領域依存性を示し、南西側に位置する瀬戸内海領域より北東側に位置する関東沿岸領域で小さい。これは太平洋岸沖合の南西側から北東側にかけての低気圧の発達と進行に関係すると推測される。この結果、瀬戸内海領域では $\rho_L > 0.9$ を与える地点間距離は $l < 200\text{km}$ 、関東沿岸領域

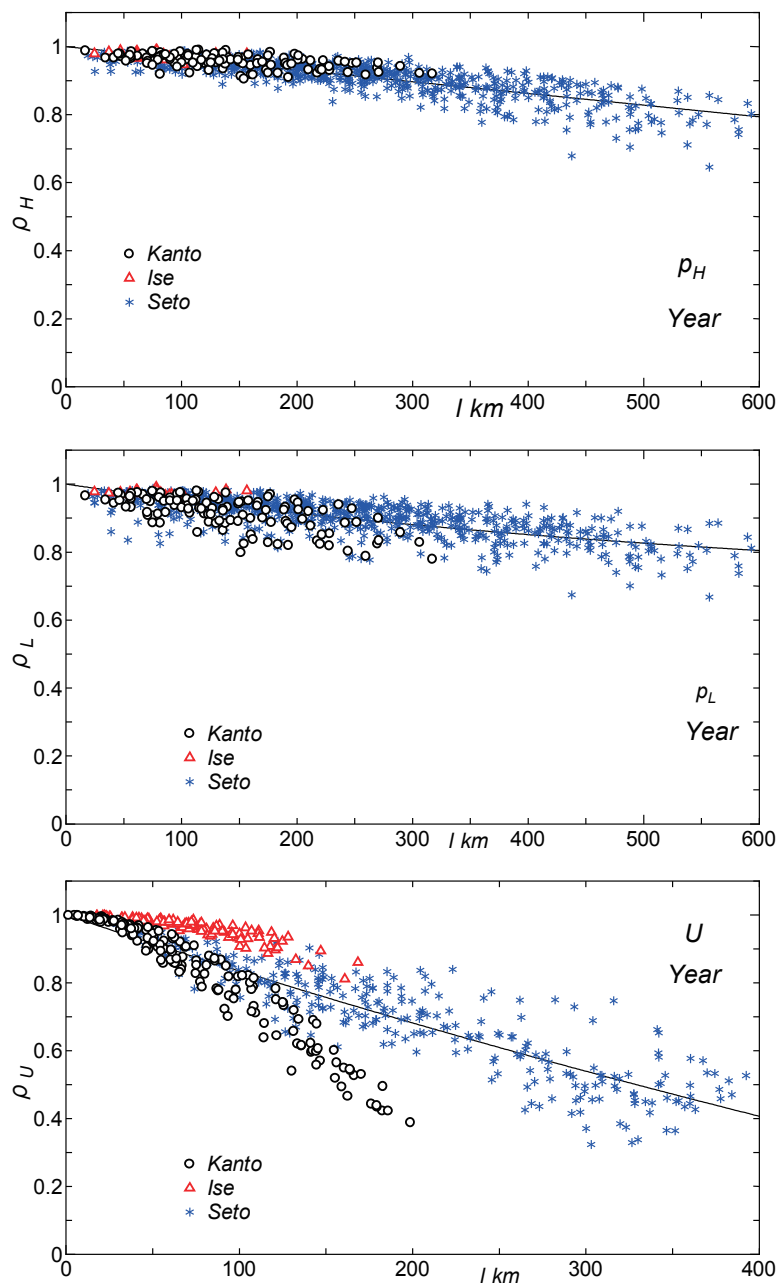


Fig. 11 Change of correlation coefficient between site-dependent annual data samples for any of p_H , p_L and U associated with site to site distance l .

では $l < 100\text{km}$ と短くなる。しかし、伊勢湾領域では全対象地点を含む $l < 150\text{km}$ の範囲で $\rho_L > 0.93$ と非常に高い相関を与える。

一方、 U についても ρ_U は p_L の場合と同様に、関東沿岸領域で地点間距離 $l=0$ 付近の $\rho_U \approx 1$ から $l=30\text{km}$ 付近で $\rho_U \approx 0.95$ をとったのち、 l の増加とともに急減する。 $\rho_U > 0.9$ をとる l の範囲は $l < 50\text{km}$ と狭い。逆に、伊勢湾領域では地点間距離の増加に伴う ρ_U の減少は緩やかであり、 $\rho_U > 0.9$ の範囲は $l < 130\text{km}$ とかなり広い。瀬戸内海領域では ρ_U は上記 2 領域の中間の挙動をとり、概略 $l < 70\text{km}$ で $\rho_U > 0.9$ を与える。 ρ_L と ρ_U の l に関する挙動の類似性の原因は明らかでないが、風速資料は気圧資料に基づく傾度風速に観測風資料から得た相関関係を適用して得られていることが関係するかもしれない。

Table 7 List of correlation coefficient between site-dependent H data samples grouped by any of summer, winter, year and month(Kanto coastal sea area and Ise Bay area).

| Location | Tokyo to-hyo | Ashika Isl. | Hira-tsuka | Location | Buoy A | Hamada | Yokka-ichi |
|--------------|--------------|-------------------------------|-------------------------------|------------|---------|-------------------------------|-------------------------------|
| Tokyo to-hyo | | 0.68(Y) 0.51(W) 0.62(S) | 0.65(Y) 0.51(W) 0.58(S) | Buoy A | | 0.16(Y) 0.43(W) 0.62(S) | 0.58(Y) 0.71(W) 0.60(S) |
| Ashika Isl. | 0.59(M) | | 0.90(Y) 0.86(W) 0.87(S) | Hamada | 0.50(M) | | 0.26(Y) 0.71(W) 0.67(S) |
| Hira-tsuka | 0.53(M) | 0.86(M) | | Yokka-ichi | 0.57(M) | 0.51(M) | |

要するに、気圧は大規模スケールの大気の挙動に密接に関係することから、数百 km の範囲では地点間に有意な相関がみられ、とくに地点間距離が $l < 200\text{km}$ では $\rho_H, \rho_L > 0.9$ と 1 に近い値をとる。風速資料についても上記の理由により、地点間での相対的に高い相関は予想された結果である。夏季資料や冬季資料、月別資料についても同様の挙動が見込まれる。

波高は風速のみならず風向あるいは吹送距離や吹送時間に依存することから、地域特性の影響を受ける。Table 7 は関東沿岸海域内 3 地点（東京湾奥の東京灯標、湾口のアシカ島、相模湾奥の平塚）および伊勢湾内外 3 地点（湾口外側のブイ A、湾内側の浜田、湾奥の四日市）の波高に関する地点間相関係数を年（表中の記号 Y）、冬（W）、夏（S）、月（M）の各資料について示す。いずれの資料についても外洋性波浪など湾外からの波浪の影響を受けるアシカ島と平塚の相関係数 ρ_H はかなり 1 に近い値をもつものに対して、湾内波浪が卓越する東京灯標と外洋性波浪の影響を受けるアシカ島および平塚との相関係数は有意な大きさをとるものの、相対的に小さい。伊勢湾では各資料について相関係数はブイ A と四日市で、冬季資料と夏季資料について浜田と四日市で、夏季資料についてブイ A と浜田で有意な値を与えるが、年別資料についてはブイ A と四日市の間を除いて相関係数は小さい。また、月別資料に対して地点間の相関係数はいずれもある程度有意な値をとる。

瀬戸内海では対象地点数は 11 とかなり多いので、月別資料についての相関係数が 0.7 を越えるケースをまとめた Table 8 に従って代表的な特徴を略述する。まず月別資料について相関係数がとくに大きいケースはいずれも内海波浪が卓越する MT 局（大阪湾）と三本松（播磨灘南側香川県沿岸）の間の 0.89、苅田（周防灘西側）と今治（瀬戸内海中央海域燧灘西端）の間の 0.78、いずれも外洋性波浪の影響を受ける佐田岬（漁港）（瀬戸内海西部海域豊後水道北端）と沖の島南（紀伊水道北端）の 0.85、佐田岬と小松島（紀伊水道北西端）の 0.75 などである。これらの地点の間では夏季・冬季・年別の各資料についても 0.8 以上の相関係数を与える場合が多い。他にも月別資料について相関係数が 0.7 を越える 2 地点の組み合わせと相関係数（括弧内の数値）は今治—小松島（0.75）、今治—三本松（0.72）、苅田—福山（0.71）、大分—三本松（0.72）、大分—今治（0.73）、大分—苅田（0.71）である。これらの地点の地理的な状況を見ると、今治—小松島を除いていずれの組み合わせの地点もそれぞれほぼ同一方向を海に開いた内海部に位置することから、類似した波高の時間変化が出現すると推測される。したがって、季節別・年別資料についても各地点間相関係数はおおむね 0.7 以上の有意な大きさを与える。要するに、佐田岬と沖の島南のように東西方向に 300km 以上離れた地点でも外洋性波浪の影響を受け

Table 8 List of correlation coefficient between site-dependent H data samples grouped by any of summer, winter, year and month (Seto Inland Sea).

| | Komatsu-shima | Okino-shima | MT st. | Sanbon-matsu | Fuku-yama | Imabari | Kanda | Oita | Sadamisaki |
|---------------|---------------|-------------|---------|-------------------------------|-----------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| Komatsu-shima | | | | | | 0.67(Y) 0.82(W) 0.78(S) | | | 0.73(Y) 0.68(W) 0.89(S) |
| Okino-shima | | | | | | | | | 0.89(Y) 0.80(W) 0.87(S) |
| MT st. | | | | 0.80(Y) 0.88(W) 0.84(S) | | | | | |
| Sanbon-matsu | | | 0.89(M) | | | 0.83(Y) 0.94(W) 0.43(S) | | 0.22(Y) 0.60(W) 0.53(S) | |
| Fuku-yama | | | | | | | 0.74(W) 0.88(W) 0.77(S) | | |
| Imabari | 0.75(M) | | | 0.72(M) | | | 0.64(Y) 0.83(W) 0.80(S) | 0.34(Y) 0.62(W) 0.63(S) | |
| Kanda | | | | | 0.71(M) | 0.78(M) | | 0.69(Y) 0.76(W) 0.74(S) | |
| Oita | | | | 0.72(M) | | 0.73(M) | 0.71(M) | | |
| Sadamisaki | 0.75(M) | 0.85(M) | | | | | | | |

る地点の間では相関係数は大きい傾向にある。また、内海・内湾部で方向別対岸距離の分布特性が類似する地点間においても地点間相関係数は大きい値を示すけれども、逆に分布特性が異なる地点間では相関は低下する。

(2) 気象・海象要素（気圧・風速・波高）資料間の相関

Table 9 は気圧 (p_H , p_L)・風速 (U)・波高 (H) の夏季 (S)・冬季 (W)・年 (Y) 別の各資料や月別平均値から累月平均値（たとえば、1月なら45年間の1月45個の資料の平均値）を引いた月別残差 (MR) と月 (M) 別の各資料について p_H と p_L の相関係数 $\rho(p_H \cdot p_L)$ および U と H の相関係数 $\rho(U \cdot H)$ の

Table 9 List of correlation coefficient between either p_H and p_L data samples or U and H data samples grouped by any of summer, winter, year and month.

| p | U | H | $\rho(p_H \cdot p_L)$ | | | | | $\rho(U \cdot H)$ | | | | |
|-------|--------|--------|-----------------------|------|-------|------|------|-------------------|------|------|------|-------|
| | | | S | W | Y | MR | M | S | W | Y | MR | M |
| Tokyo | To-hyo | To-hyo | 0.51 | 0.60 | 0.34 | 0.49 | 0.71 | 0.92 | 0.81 | 0.83 | 0.83 | 0.22 |
| Yoko | Kaiho | Ashika | 0.57 | 0.61 | 0.42 | 0.50 | 0.71 | 0.67 | 0.29 | 0.57 | 0.47 | 0.01 |
| Ajiro | Hira | Hira | 0.55 | 0.57 | 0.36 | 0.49 | 0.70 | 0.67 | 0.26 | 0.43 | 0.47 | -0.04 |
| Irago | Buoy A | Buoy A | 0.57 | 0.50 | -0.05 | 0.46 | 0.84 | 0.63 | 0.27 | 0.07 | 0.40 | -0.20 |
| Tsu | Hama | Hama | 0.52 | 0.53 | -0.09 | 0.45 | 0.86 | 0.75 | 0.93 | 0.88 | 0.88 | 0.96 |
| Nago | Jounan | Yokka | 0.56 | 0.54 | -0.06 | 0.46 | 0.86 | 0.65 | 0.74 | 0.16 | 0.48 | -0.36 |
| Toku | Koma | Koma | 0.55 | 0.49 | -0.14 | 0.44 | 0.90 | 0.70 | 0.80 | 0.55 | 0.67 | 0.19 |
| Waka | Oki | Oki | 0.55 | 0.49 | -0.25 | 0.44 | 0.90 | 0.70 | 0.78 | 0.44 | 0.56 | 0.08 |
| Sumo | MT | MT | 0.54 | 0.46 | -0.17 | 0.44 | 0.90 | 0.82 | 0.99 | 0.95 | 0.94 | 0.96 |
| Taka | Taka | Sanbon | 0.47 | 0.52 | -0.24 | 0.44 | 0.91 | 0.60 | 0.87 | 0.78 | 0.77 | 0.84 |
| Fuku | Fuku | Fuku | 0.52 | 0.53 | -0.19 | 0.44 | 0.92 | 0.80 | 0.90 | 0.72 | 0.73 | 0.57 |
| Matsu | Matsu | Ima | 0.49 | 0.45 | -0.25 | 0.43 | 0.92 | 0.85 | 0.69 | 0.70 | 0.76 | 0.64 |
| Matsu | Kucho | Naga | 0.49 | 0.45 | -0.25 | 0.43 | 0.92 | 0.53 | 0.70 | 0.54 | 0.71 | 0.84 |
| Kure | Kami | Kami | 0.51 | 0.50 | -0.30 | 0.44 | 0.92 | 0.84 | 0.45 | 0.44 | 0.72 | 0.75 |
| Iizu | Kanda | Kanda | 0.45 | 0.46 | -0.31 | 0.44 | 0.94 | 0.85 | 0.81 | 0.86 | 0.88 | 0.81 |
| Oita | Oita L | Oita L | 0.49 | 0.47 | -0.27 | 0.43 | 0.93 | 0.65 | 0.76 | 0.60 | 0.74 | 0.81 |
| Oita | Sada | Sada F | 0.49 | 0.47 | -0.27 | 0.43 | 0.93 | 0.77 | 0.11 | 0.38 | 0.56 | 0.05 |

一覧を関東沿岸領域から瀬戸内海領域内の 17 地点（地点名は判別可能な範囲で短縮，Fig. 1, Fig. 2, Fig. 3 参照）について与える。気圧に関する下位 1/3 の平均値 p_L と上位 1/3 の平均値 p_H の相関係数をみると，夏季（S），冬季（W），月別残差（MR）の各資料について $\rho(p_H \cdot p_L)$ は 0.4~0.6 とある程度有意な相関をもつが，年（Y）別資料については-0.3~0.4 と相関は低い。しかし，1 年周期の変化を含む月（M）別資料では $\rho(p_H \cdot p_L)$ は 0.70~0.94 と高い相関を示し，しかも東側の関東沿岸領域から西側の瀬戸内海領域に向かうほど大きくなる。

風速 U と波高 H の相関係数 $\rho(U \cdot H)$ をみると，夏季（S）と冬季（W）の資料については，冬季のアシカ島，平塚，ブイ A，佐田岬漁港を除いて相関係数 $\rho(U \cdot H)$ は有意な値を与え，とくに東京灯標，浜田，MT 局，苅田で 1 により近い値を示す。年（Y）別資料や月別残差（MR）資料についても類似した傾向をとるが，四日市や沖の島南，佐田岬漁港のように，異なる傾向を示す地点もある。月（M）別の風速・波高資料については，1 年周期の変動が卓越し，両者の相関が高くなるはずであるが，相関係数 $\rho(U \cdot H)=0.96$ をとる浜田を除き，沖ノ島南（紀伊水道奥）から東側の東京灯標に至る地点と佐田岬漁港で相関係数 $\rho(U \cdot H)$ は小さく，無相関に近い風速資料と波高資料の関係を示唆する。すなわち，東京灯標と四日市を除いて，内海・内湾に位置する地点で相関係数 $\rho(U \cdot H)$ は有意な値をとり，とくに浜田，MT 局で相関係数 $\rho(U \cdot H)=0.96$ と非常に高い相関を与えるが，外洋からの波浪の影響を受けるアシカ島，平塚，ブイ A，小松島，沖の島南，佐田岬漁港では相関係数 $\rho(U \cdot H)$ の値が非常に小さく，風速と波高の月（M）別資料がほぼ無相関であることが強く示唆される。こうした意味で， U と H の月（M）別資料は各地点の地理的特徴をよく反映していると言える。ただし，東京灯標，小松島における低い

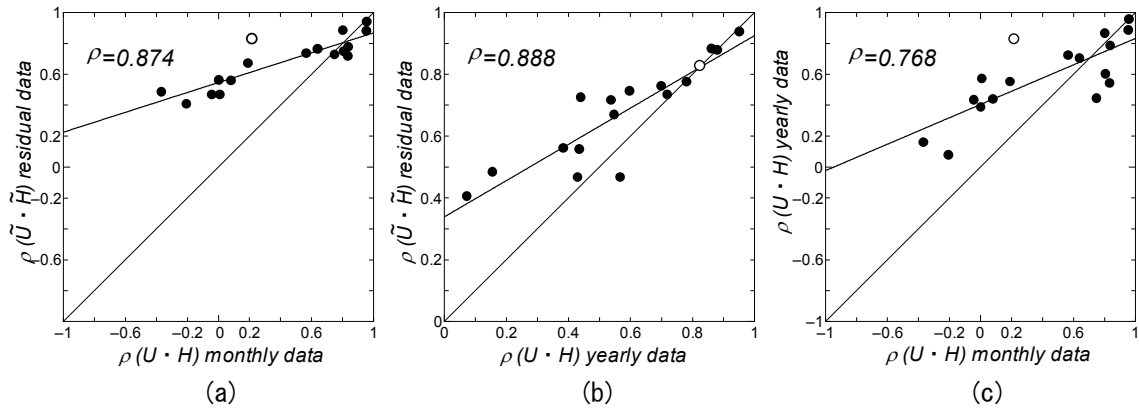


Fig. 12 Scatter plots of correlation coefficients between term-separated U and H data samples.

相関の理由は明らかでないので、細かい検討が必要である。

Fig. 12 は年 (Y) 別, 月別残差 (MR), 月 (M) 別の地点別資料に基づく風速と波高の相関係数の間の相関図を 3 枚示し, 図中には相関係数 ρ を与える。図中で月別残差 (MR) 資料を \tilde{U} , \tilde{H} と記す。これによると, 相関係数 ρ は月別残差 (MR) 資料と月 (M) 別資料の間で 0.874, 月別残差 (MR) 資料と年 (Y) 別資料の間で 0.888 と, かなり高い相関を示すのに対して, 年 (Y) 別資料と 1 年周期の変動を含む月 (M) 別資料の間では 0.768 とやや小さく, 相対的に低い相関を示す。これに関連して, 東京灯標における月 (M) 別資料の相関係数は著しく小さい値をとることから, これに対応する Fig. 12(a) と Fig. 12(c) ではプロット点 (○印) が相関直線から相対的に大きく離れる。また, いずれの ρ についても $\rho > 0.6 \sim 0.7$ では 3 資料に基づく相関係数はおおむね相互に近い値を与えるのに対して, $\rho < 0.6$ では月別残差 (MR) 資料は月 (M) 別資料より, 月別残差 (MR) 資料は年 (Y) 別資料より, 年 (Y) 別資料は月 (M) 別資料よりそれぞれ大きい相関係数をとる傾向, すなわち $\rho(\text{月別残差 (MR)}) > \rho(\text{年 (Y) 別}) > \rho(\text{月 (M) 別})$ の傾向にある。

(3) 気候変動指標間の相関

1961~2005 年 45 年間における 9 種類の夏季・冬季・年別・月別気候変動指標間の単相関係数 ρ のうち, $|\rho| > 0.5$ のケースの値を Table 10 に与え, 参考までに該当する組合せでは $|\rho| < 0.5$ のケースの値も

Table 10 Correlation coefficient between climate change indices for the cases greater than 0.5

| Case num. | Case name | S | W | Y | M |
|-----------|-----------|----------|--------|---------|----------|
| 1-4 | MEI-PDO | 0.616 | 0.553 | 0.675 | 0.534 |
| 1-5 | MEI-WP | (-0.062) | 0.520 | (0.175) | (0.127) |
| 1-7 | MEI-SOI | -0.841 | -0.920 | -0.940 | -0.760 |
| 1-9 | MEI-ONI | 0.841 | 0.963 | 0.880 | - |
| 2-4 | NPI-PDO | (-0.213) | -0.656 | -0.681 | (-0.162) |
| 2-6 | NPI-PNA | (-0.391) | -0.907 | -0.775 | (-0.391) |
| 3-8 | AOI-NAO | 0.630 | 0.768 | 0.780 | 0.626 |
| 4-6 | PDO-PNA | (0.289) | 0.665 | 0.580 | (0.365) |
| 4-7 | PDO-SOI | (-0.391) | -0.530 | -0.577 | (-0.349) |
| 7-9 | SOI-ONI | -0.809 | -0.879 | -0.916 | - |

括弧付きで示す。また、Fig. 13はTable 10に与えた2気候変動指標の経年変化およびそれらの散布図を示す。これによると、①MEIと⑨ONI、①MEIと⑦SOI、したがって⑦SOIと⑨ONIの相関は期間

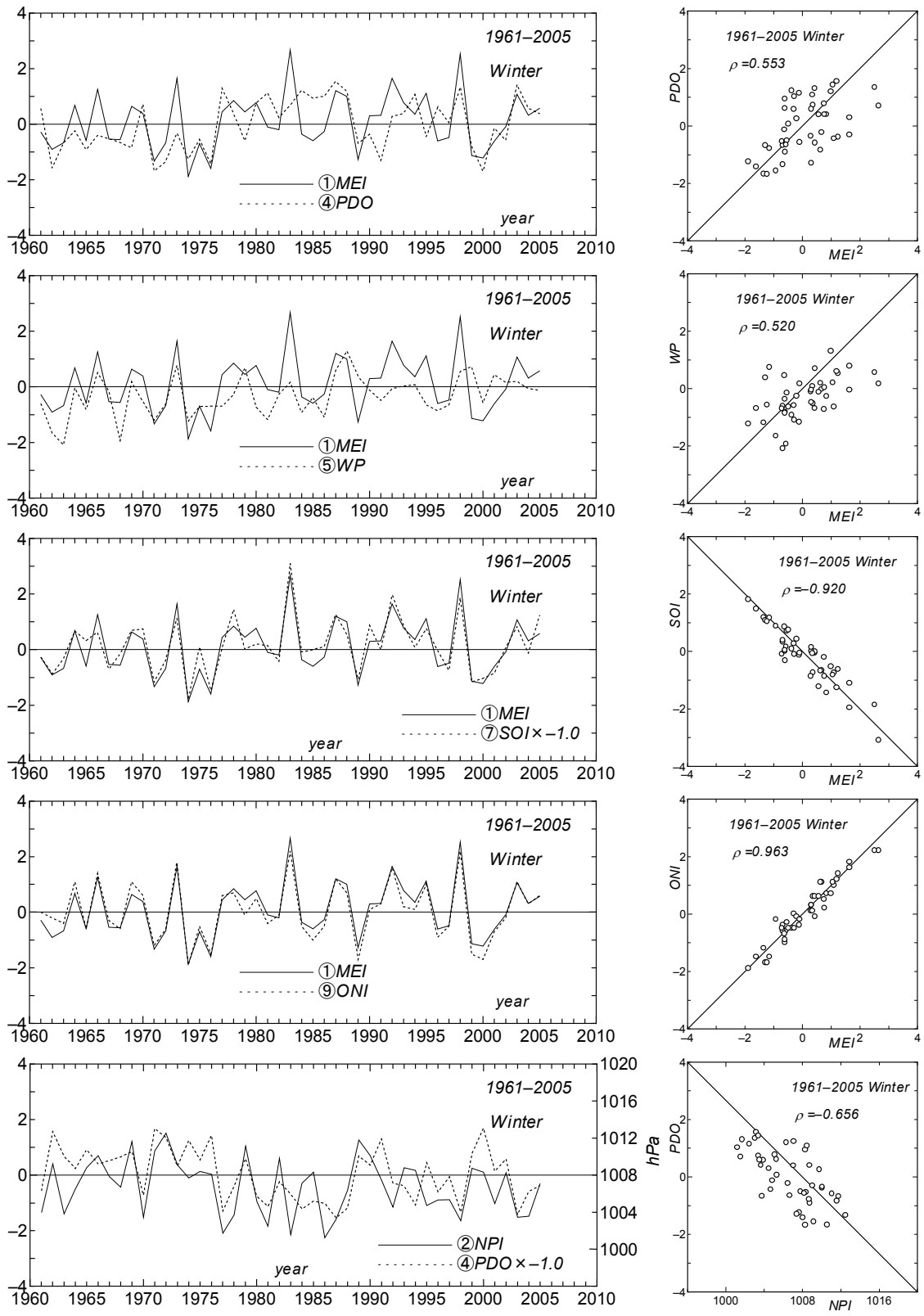


Fig. 13 Yearly variations of two kinds of climate change indices in winter and their scatter plot(1).

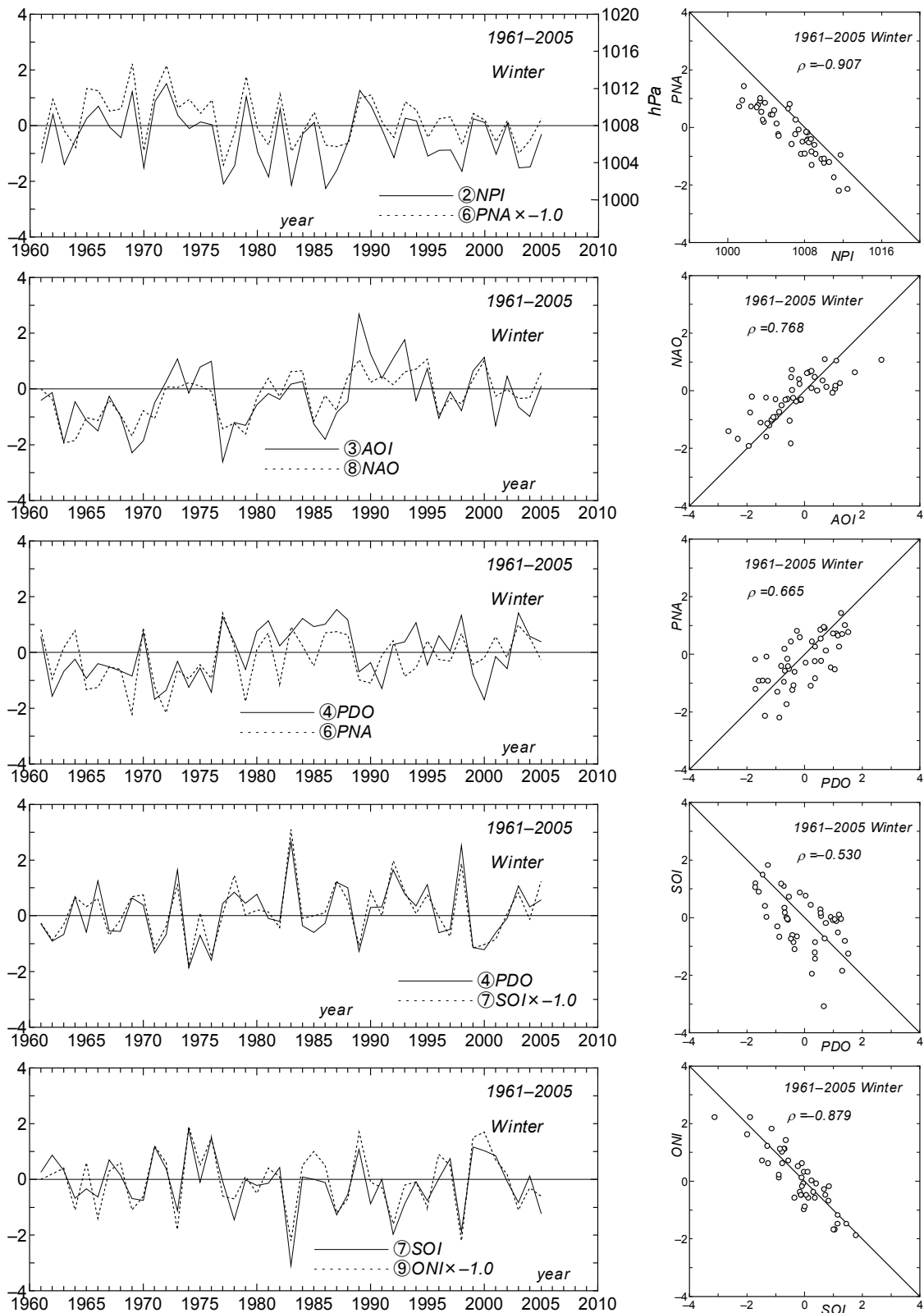


Fig. 13 Yearly variations of two kinds of climate change indices in winter and their scatter plot(2).

分類 (夏季, 冬季, 年, 月) によらず非常に高いことから, 気象要素資料との関係を調べる場合には, ①MEI, ⑦SOI, ⑨ONI のいずれかを用いればよい。すなわち図にみるように, 各2つの気候変動指標は相互にかなり類似する。また, ①MEIと④PDO, ③AOIと⑧NAOの相関係数も期間分類によらず比

較的大きい値をとり、それぞれの間の有意な相関を示唆する。ついで、冬季と年別資料について、②NPIと⑥PNAはかなり高い相関を、②NPIと④PDO、④PDOと⑥PNA、④PDOと⑦SOIは高い相関を示す。したがって、①MEI—④PDO—⑦SOIおよび②NPI—④PDO—⑥PNAの各3指標は相互に有意な相関関係を有することが導かれる。これらの相関係数は各気候変動指標の定義に含まれる特徴を反映する。

Fig. 14はTable 10に従って⑤WP、③AOI、⑧NAOを除く6つの気候変動指標間の相関係数の模式図を表す。さらに、⑤WPは冬季資料について①MEIとある程度有意な相関($\rho=0.520$)を与える以外、他の気候変動指標との有意な相関(たとえば、 $|\rho|>0.5$)を示唆しない。せいぜい①WPと⑨ONIの間で $\rho=0.433$ (冬季資料)、⑤WPと⑦SOIの間で $\rho=-0.375$ (冬季資料)、⑤WPと④PDOの間で $\rho=-0.349$ (夏季資料)をとるにすぎないことから、⑤WP(西太平洋パターン)はかなり独立性の高い気候変動指標と言えよう。

Table 11は気候変動指標間の相関関係を2変数重相関解析して得た最大の重相関係数 ρ_{dmax} (= ρ_{dm})を与える気候変動指標の組合せと最大の重相関係数 ρ_{dmax} および同時に行った2つの単相関解析において大きい方の単相関係数(絶対値)を与える気候変動指標の組合せと単相関係数 ρ の一覧を $|\rho_{dmax}|>0.5$ の組合せケースについて示す。また、重相関係数 ρ_{dmax} が単相関係数 ρ の絶対値を0.1以上上まわるケースに対して、3つの変数間の単相関解析結果のうち残りの2つの組合せに対する単相関係数も与えている。とくに、説明変数間の結果を括弧で表す。これによると、重相関係数 ρ_{dmax} は単相関係数 ρ の絶対値より当然大きくなるが、大部分のケースで ρ をあまり上まわらないことから、各気候変動指標は基本的には他の気候変動指標との間で単相関の関係にあるか、あるいは⑤WP(西太平洋パターン)のように他の気候変動指標への弱い依存性しか示さない(ほぼ独立した)関係にあると推論される。しかし、夏季の②NPI、③AOI、⑧NAO、冬季の④PDO、⑤WP、年別の④PDOについては、重相関係数 ρ_{dmax} が単相関係数 ρ の絶対値を0.1~0.15上まわり、2番目の説明変数の寄与がみられる。その場合の ρ_{dmax} の範囲は0.618~0.803であるから、一定程度以上の統計的有意性は認められよう。また、夏季の②NPIと③AOIおよび⑧NAOとの間で重相関係数 $\rho_{dmax}=0.618$ を与えるが、②NPIと③AOIの間では単相関係数 $\rho=0.331$ 、②NPIと⑧NAOの間で $\rho=-0.197$ をとるから、2つの説明変数の採用によって重相関係数が飛躍的に増加する例となっている。ただし、③AOIと⑧NAOの間では $\rho=0.630$ であるから、この関係が重相関係数 ρ_{dmax} に反映されているのかもしれない。なお、1951~2011年の61年間における気候変動指標資料を用いても、重相関係数 ρ_{dmax} および単相関係数 ρ の値はそれ

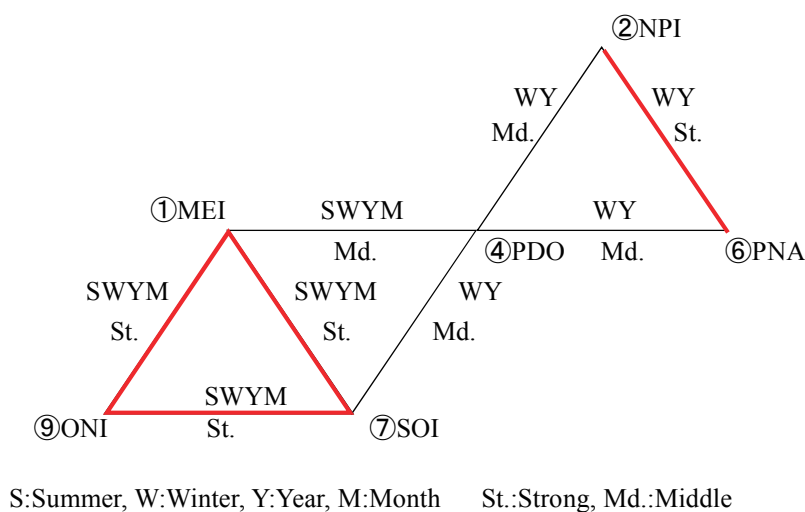


Fig. 14 Schematic diagram on interrelation among climate change indices.

Table 11 Multiple correlation coefficient ρ_{dm} among climate change indices and simple correlation coefficient for the case of $|\rho_{dm}|>0.5$.

| CCI | Summer | | | | Winter | | | | Year | | | | Month | | | |
|-------|--------|-------------|------|--------|--------|-------------|------|--------|-------|-------------|------|--------|-------|-------------|------|--------|
| | caseA | ρ_{dm} | case | ρ | caseA | ρ_{dm} | case | ρ | caseA | ρ_{dm} | case | ρ | caseA | ρ_{dm} | case | ρ |
| 1.MEI | 1-4-9 | 0.91 | 1-9 | 0.84 | 1-7-9 | 0.98 | 1-9 | 0.96 | 1-4-7 | 0.96 | 1-7 | -0.94 | 1-4-7 | 0.81 | 1-7 | -0.76 |
| 2.NPI | 2-3-8 | 0.62 | 2-3 | 0.33 | 2-3-6 | 0.93 | 2-6 | -0.91 | 2-5-6 | 0.85 | 2-6 | -0.78 | - | | | |
| | (3-8 | 0.63) | 2-8 | -0.20 | | | | | | | | | | | | |
| 3.AOI | 3-8-2 | 0.78 | 3-8 | 0.63 | 3-2-8 | 0.83 | 3-8 | 0.77 | 3-2-8 | 0.81 | 3-8 | 0.78 | 3-6-8 | 0.68 | 3-8 | 0.63 |
| | (2-8 | -0.20) | 3-2 | 0.33 | | | | | | | | | | | | |
| 4.PDO | 4-1-9 | 0.70 | 4-1 | 0.62 | 4-2-5 | 0.75 | 4-2 | -0.66 | 4-2-1 | 0.80 | 4-2 | -0.68 | 4-1-6 | 0.59 | 4-1 | 0.53 |
| | | | | | (2-5 | 0.14) | 4-5 | 0.28 | (1-2 | -0.45) | 4-1 | 0.68 | | | | |
| 5.WP | - | | | | 5-1-2 | 0.64 | 5-1 | 0.52 | - | | | | - | | | |
| | | | | | (1-2 | -0.39) | 5-2 | 0.14 | | | | | | | | |
| 6.PNA | - | | | | 6-2-5 | 0.92 | 6-2 | -0.91 | 6-2-5 | 0.84 | 6-2 | -0.78 | - | | | |
| 7.SOI | 7-1-5 | 0.87 | 7-1 | -0.84 | 7-1-5 | 0.93 | 7-1 | 0.92 | 7-1-9 | 0.96 | 7-1 | -0.94 | 7-5-4 | 0.76 | 7-1 | -0.76 |
| 8.NAO | 8-2-3 | 0.76 | 8-3 | 0.63 | 8-3-4 | 0.80 | 8-3 | 0.77 | 8-3-7 | 0.79 | 8-3 | 0.78 | 8-6-3 | 0.66 | 8-3 | 0.63 |
| | (2-3 | 0.33) | 8-2 | -0.20 | | | | | | | | | | | | |
| 9.ONI | 9-1-4 | 0.87 | 9-1 | 0.84 | 9-1-8 | 0.97 | 9-1 | 0.96 | 9-7-8 | 0.92 | 9-7 | -0.92 | - | | | |

CCI: Climate Change Index 1:MEI 2:NPI 3:AOI 4:PDO 5:WP 6:PNA 7:SOI 8:NAO 9:ONI

ほど変化しない。また、重相関係数は入力資料と重回帰式による計算資料との間で計算されるので、常に正値をとり、正値および負値をとり得る単相関係数とは特性を異にする点に留意する必要がある。

(4) 気象・海象要素（気圧・風速・波高）と気候変動指標の相関

Table 12 は対象地点ごとに求めた期間別の気象・海象要素（気圧・風速・波高）と 9 気候変動指標との相関係数のうち、1 行目は単相関係数 ρ の絶対値が最も多くの地点で最大の値をとる気候変動指標と ρ の範囲、2 行目は 2 説明変数（気候変動指標）による複数の重相関解析で得られた重相関係数 ρ_d の最大値 ρ_{dmax} の範囲と、括弧内に $\rho_{dmax}>0.5$ の気象海象要素・期間別ケースにおいて相対的に大きい ρ_{dmax} を与える代表的な気候変動指標の組合せ（支配的指標を○入り数字で表示）、3 行目と 4 行目に関東沿岸領域、伊勢湾領域、瀬戸内海領域でそれぞれ $\rho_{dmax}>0.6$ および $\rho_{dmax}>0.7$ （波高資料の場合にはそれぞれ $\rho_{dmax}>0.5$ および $\rho_{dmax}>0.6$ ）をとる地点数/領域別全地点数を、また 1 列目の各要素名の下に総地点数を与える。最大の重相関係数を与える気候変動指標の組合せは対象地点ごとに異なることから、該当地点数が多い組合せを記載している。

各期間・各要素あるいは各地点について最大の単相関係数 ρ を与える気候変動指標は異なるが、夏季と冬季では⑤WP がほぼその地位を占め、月別では②NPI が卓越する。後述するように、②NPI は明確な 1 年周期変動を伴うことから、各要素との高い相関は予想される。単相関係数の絶対値をみると、夏季では p_L , U , H に対して 0.6 あるいはそれ以上に達する。年単位では p_H に対して③AOI が、 U に対して⑨ONI が 0.5 前後の値を生じる。なお、冬季の p_H に対して単相関係数の最大値は⑤WP との 0.65 に加えて、①MEI で 0.46、③AOI で 0.50、⑧NAO で 0.47 を、冬季の H では⑤WP との 0.60 のほか、④NPI で -0.49、年の U では⑨ONI との 0.55 のほか、①MEI で 0.53、③AOI で -0.51、④PDO で 0.51、⑧

Table 12 Results of simple and multiple correlation analyses using any of p_H , p_L , U , H data samples and climate change indices.

| elm. | Summer | Winter | Year | Month |
|-------|---------------------------------|---------------------|--------------------|---------------------|
| p_H | ⑤WP $\rho=0.11\sim0.30$ | ⑤WP 0.42~0.65 | ③AOI 0.26~0.48 | ②NPI -0.68~-0.40 |
| (61) | $\rho_{dmax}=0.24\sim0.39(-)$ | 0.58~0.74(⑤-3) | 0.36~0.58(③-5) | 0.49~0.75(②-6) |
| | | (16/16, 7/7, 33/38) | | (1/16, 7/7, 36/36) |
| | | [16/16, 6/7, 2/38] | | [0/16, 0/7, 18/36] |
| p_L | ⑤WP $\rho=0.18\sim0.48$ | ⑤WP -0.02~0.48 | ④PDO -0.07~0.26 | ②NPI -0.69~-0.17 |
| (61) | $\rho_{dmax}=0.37\sim0.54(⑤-2)$ | 0.32~0.50(⑤-3) | 0.17~0.35(-) | 0.28~0.75(②-6) |
| | | | | (0/16, 5/7, 36/36) |
| | | | | [0/16, 0/7, 19/36] |
| U | ⑨ONI $\rho=0.15\sim0.46$ | ⑤WP -0.24~0.49 | ④PDO -0.37~0.51 | ②NPI -0.70~-0.04 |
| (60) | $\rho_{dmax}=0.24\sim0.51(⑨-5)$ | 0.28~0.54(⑤-6) | 0.37~0.64(④-8) | 0.14~0.76(②-6) |
| | | | (0/19, 3/15, 0/26) | (5/19, 15/15, 2/26) |
| | | | | [4/19, 1/15, 0/26] |
| H | ⑤WP $\rho=-0.55\sim0.11$ | ⑤WP 0.03~0.60 | ③AOI 0.26~0.39 | ②NPI -0.62~0.65 |
| (17) | $\rho_{dmax}=0.25\sim0.64(⑤-7)$ | 0.36~0.70(⑤-6) | 0.23~0.60(③-4) | 0.15~0.69(②-6) |
| | {0/3, 0/3, 2/11} | {1/3, 2/3, 5/11} | {0/3, 1/3, 2/11} | {2/3, 2/3, 3/11} |
| | (0/3, 0/3, 1/11) | (0/3, 2/3, 2/11) | (0/3, 1/3, 0/11) | (1/3, 1/3, 1/11) |

1:MEI 2:NPI 3:AOI 4:PDO 5:WP 6:PNA 7:SOI 8:NAO 9:ONI

{ }: $\rho_{dmax}>0.5$, (): $\rho_{dmax}>0.6$, []: $\rho_{dmax}>0.7$

NAO で 0.43 と、ある程度有意な値をとる。

Fig. 15 は年別 U 資料に対してある程度有意な相関がみられるそれぞれ①MEI, ③AOI, ④PDO, ⑨ONI との単相関係数 ρ の地点別値を関東沿岸領域の東京灯標地点から瀬戸内海領域の足摺岬地点に向けて 60 地点で示したものである。各 ρ の大小関係は概略で領域ごとに異なり、関東沿岸領域で①MEI や⑨ONI, 駿河湾付近で③AOI, 伊勢湾領域で④PDO, 瀬戸内海領域で⑨ONI との相関係数が相対的に大きい。このように、最も高い相関を与える気候変動指標に領域依存性が出現するのが特徴であるが、各地点における最大の単相関係数(絶対値)は 0.5 前後であり、相関はあまり高いとは言えない。

1 年周期の変動を含む月別資料では、 p_H , p_L , U , H のいずれの要素についても、②NPI との単相関係数は最大値で 0.6 を上まわり、かなり高い相関を示唆する。30°N~65°N, 160°E~140°W の領域における平均海面気圧から導かれた②NPI は 1 年周期の明確な変動を含むので、とくに p_H , p_L についてはこの結果は予想される。

Fig. 16 は熊本における $\tilde{p}_L(=p_L-1013)$ と正負を逆転した $\tilde{NPI}(=NPI-1013)$ の月別系列を示す。両者は 1 年周期の明白な変動を伴い、その挙動はよく符合する。

Fig. 17 は \tilde{p}_L (熊本)と \tilde{NPI} の相関関係を与える。相関係数は $\rho=-0.684$ をとり、両者は一応直線関係にあることを示唆するが、個々のデータの相関直線まわりのばらつきが大きいことから、より適切な表現としては勾配の緩やかな直線と急な直線からなる折れ線で近似されるとも言える。

ついで、重相関解析の結果をみる。 p_H , p_L , U 資料に関して重相関係数 ρ_{dmax} の全対象地点における

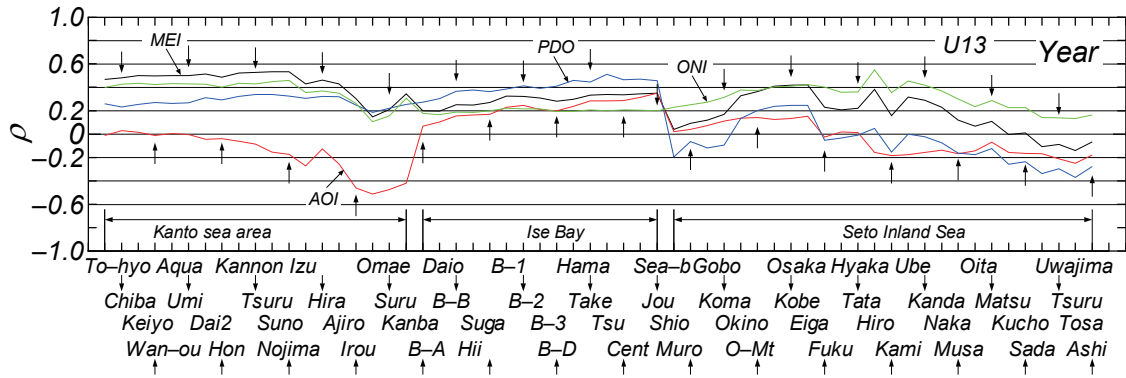


Fig. 15 Spatial variation of correlation coefficient ρ between annual U data sample and climate change index such as any of MEI, AOI, PDO and ONI.

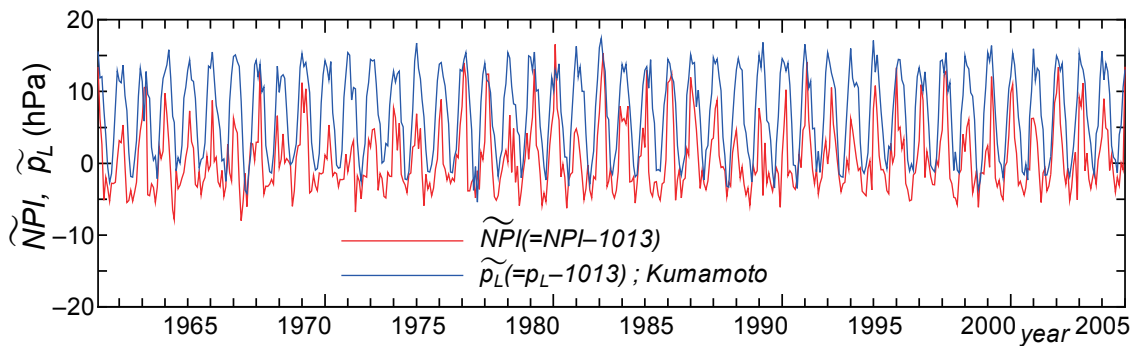


Fig. 16 Monthly variations of $\tilde{p}_L (= p_L - 1013)$ at Kumamoto, Kyushu and sign-inverted $\tilde{NPI} (= NPI - 1013)$.

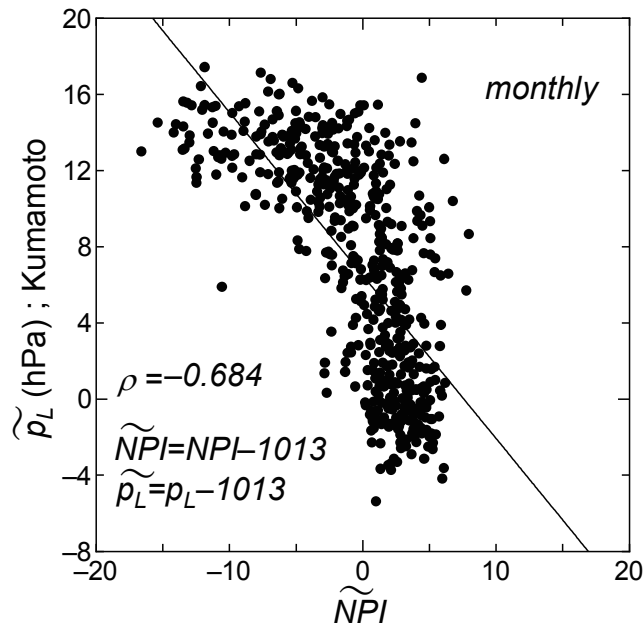


Fig. 17 Scatter diagram between \tilde{p}_L at Kumamoto and \tilde{NPI} .

最大値が 0.70 を越えるケースは冬季の p_H 資料, および p_H , p_L , U の月別資料である。地点ごとに, 2 つの気候変動指標の任意の組合せに対して重相関解析で得られる重相関係数の最大値 ρ_{dmax} , 単相関

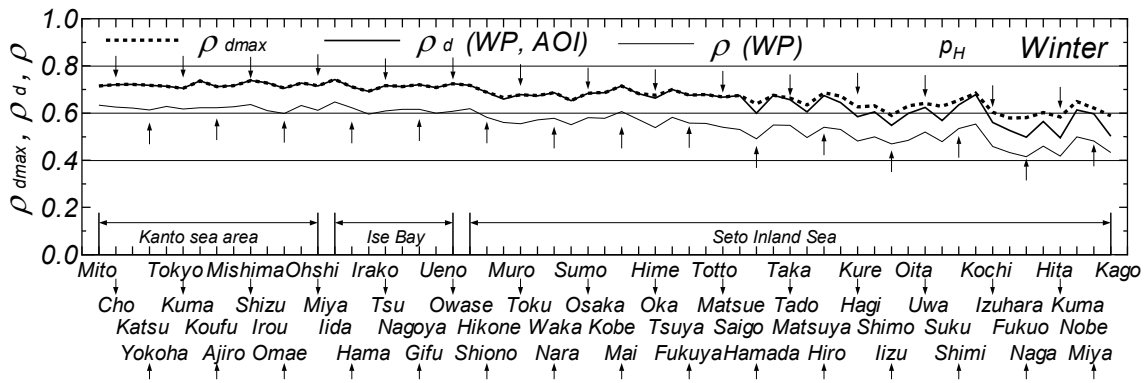


Fig. 18 Spatial variations of the maximum multiple correlation coefficient ρ_{dmax} among p_H data sample and climate change indices in winter, multiple correlation coefficient ρ_d and simple correlation coefficient ρ .

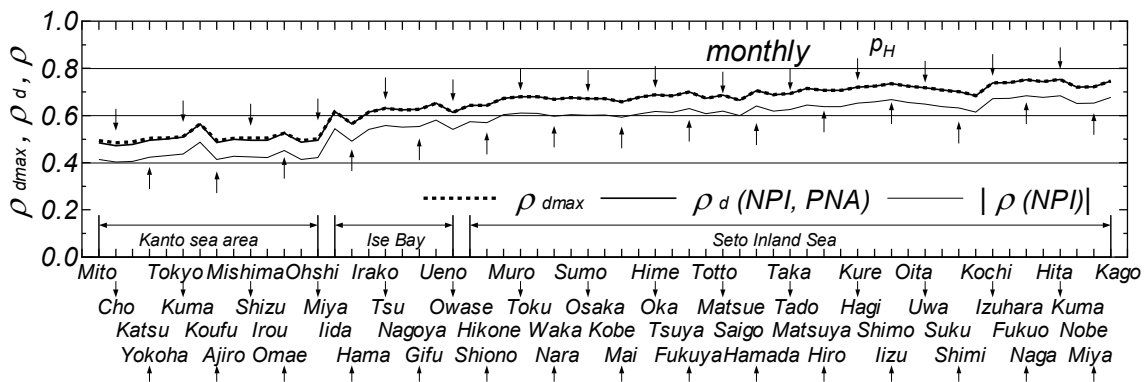


Fig. 19 Spatial variations of the maximum multiple correlation coefficient ρ_{dmax} among monthly p_H data sample and monthly climate change indices, multiple correlation coefficient ρ_d and simple correlation coefficient ρ .

解析で卓越する影響をもつ気候指標を含む固定した2つの気候変動指標による重相関解析で得られ得る重相関係数 ρ_d および卓越する影響を示す気候変動指標による単相関解析で得られる単相関係数 ρ を沿岸地点別に図示したものが Fig. 18 (冬季 p_H 資料) および Fig. 19, Fig. 20, Fig. 21 (それぞれ, p_H , p_L , U の月別資料) である。ただし, ρ_d および ρ はそれぞれ地点ごとに最大の値を与えるとは限らない。まず冬季の p_H 資料では⑤WP と③AOI を説明変数とした場合の ρ_d は関東沿岸地点の 0.7 以上から西に向かうにつれて広島以西で 0.6 以下となり, 0.5 まで次第に減少する。 ρ_{dmax} もほぼ同じ傾向にあるが, 瀬戸内海西側の地点では地点別の重相関係数全体の最大値である ρ_{dmax} は ρ_d ほど減少しない。 ρ_{dmax} の領域別挙動は Table 12 における各欄の3行目 ($\rho_{dmax}>0.6$) および4行目 ($\rho_{dmax}>0.7$) に示した領域別地点数により判別できる。また, ⑤WP を説明変数とする場合の単相関係数 ρ は⑤WP と③AOI を説明変数とする場合の ρ_d よりほぼ 0.1 小さい値をとり, ρ_d に平行して北東側の地点から西側の地点に向けて減少する。いずれにしろ, 冬季の p_H に及ぼす⑤WP の影響は伊勢湾領域より北東側の地点で有意である。

逆に, p_H と p_L の月別資料に基づく結果 (Fig. 19, Fig. 20) では, $\rho_{dmax}>0.6$ のケースが関東沿岸領域でほとんどみられず, 月別資料では②NPI の影響が卓越することから, ρ_{dmax} と ρ_d の差はわずかであり, ρ_d と ρ の差も 0.05 以下となっている。 $\rho_{dmax}>0.7$ のケースは瀬戸内海領域のみになる。すなわち, ρ_{dmax} , ρ_d はともに関東沿岸の 0.5 程度から瀬戸内海西部の 0.75 程度に向けて, 一方向的に増加する。

これは冬季の p_H 資料についての結果と逆の傾向である。一方、 U の月別資料 (Fig. 21) では $\rho_{dmax} > 0.6$ のケースは伊勢湾で多く、そこから駿河湾で $\rho_{dmax} > 0.7$ をとったのち、それ以東の関東沿岸海域および瀬戸内海の東部海域に向けて減少し、神戸付近から西側の領域に向けて再び増加する。②NPI を説明変数とする場合の単相関係数 ρ は ρ_{dmax} や ρ_d と比べて最大で 0.05 程度小さいだけで、これらと類似した挙動を示す。

H の月別資料 (Fig. 22) では、 $\rho_{dmax} > 0.6$ のケースが各領域でそれぞれ 1 地点のみである。 $\rho_{dmax} > 0.5$ とすると、瀬戸内海領域で 2 地点、他の領域で各 1 地点増える。Table 12 の中で ρ_{dmax} をもたらす気候変動指標の主な組合せは p_H , p_L , U の各資料と同様に②NPI と⑥PNA であり、しかも②NPI を説明変数とする場合に単相関係数 (負値) も ρ_{dmax} より若干小さい程度である。なお上述したように、 ρ_{dmax} や ρ_d は各要素の資料値と 2 つの気候変動指標を説明変数とする重回帰式による計算値との相関係数であるので、常に正値をとり、一方、 ρ は各要素の資料値と気候変動指標との相関係数であるので、正負両者の値をとりうるが、 ρ_{dmax} や ρ_d との関係を明確にするために正値として図示している。

ついで、 $\rho_{dmax} = 0.6 \sim 0.7$ のケースとして年別の U 資料や夏季、冬季、年別の H 資料があげられる。年別の U 資料は伊勢湾領域でのみ $\rho_{dmax} > 0.6$ の値をとる。 H 資料に関して、 $\rho_{dmax} > 0.6$ の地点は関東沿岸海域でみられず、伊勢湾で冬季と年、瀬戸内海で夏季と冬季にみられる程度である。図によれば、い

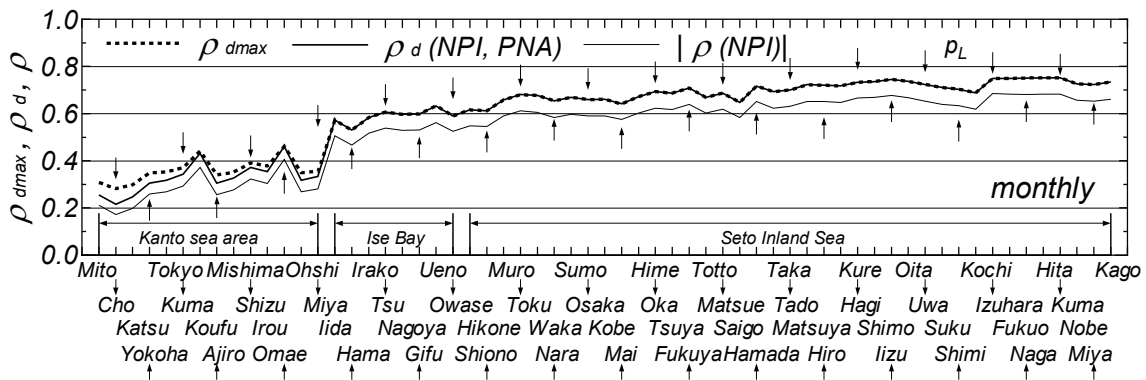


Fig. 20 Spatial variations of the maximum multiple correlation coefficient ρ_{dmax} among monthly p_L data sample and monthly climate change indices, multiple correlation coefficient ρ_d and simple correlation coefficient ρ .

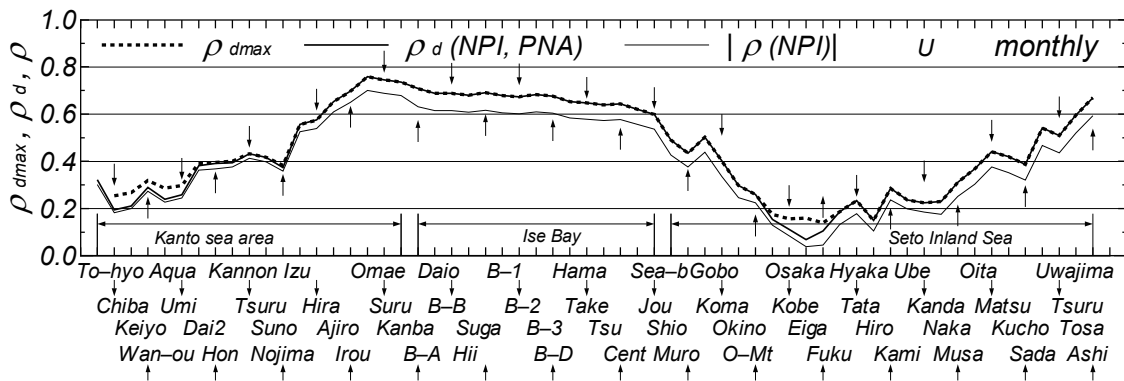


Fig. 21 Spatial variations of the maximum multiple correlation coefficient ρ_{dmax} among monthly U data sample and monthly climate change indices, multiple correlation coefficient ρ_d and simple correlation coefficient ρ .

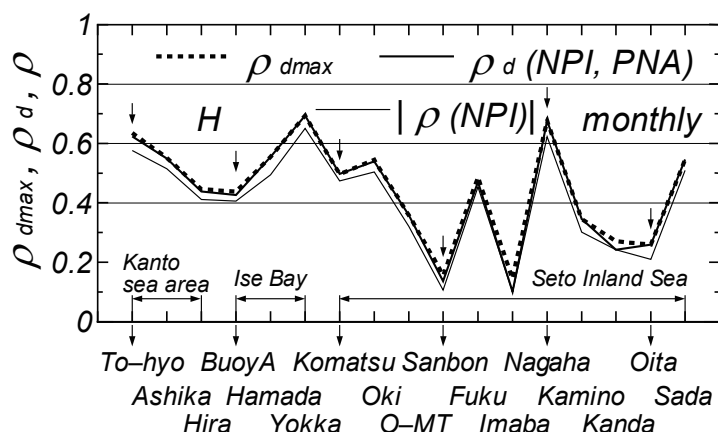


Fig. 22 Spatial variations of the maximum multiple correlation coefficient ρ_{dmax} among monthly H data sample and monthly climate change indices, multiple correlation coefficient ρ_d and simple correlation coefficient ρ .

ずれのケースにおいても ρ_{dmax} は伊勢湾で相対的に大きい傾向にあるが、最大の ρ_d をもたらす気候変動指標の組合せは地点別によりかなり変化する。したがって、各地点で ρ_{dmax} と ρ_d が必ずしも一致せず、両者の差が目立つ地点もある。こうした特徴は $\rho_{dmax}=0.5\sim 0.6$ をとる夏季、冬季の p_L と U の各資料および年別の p_H 資料により著しくなる。

なお、各要素に現れる気候変動指標の影響のうち、夏季、冬季、年別資料では⑤WPの影響が最も顕著であり、とくに冬季に強い傾向にある。このほか、③AOI、④PDO、⑨ONIなどの影響もみられる。

(5) EOF 解析の結果

期間(夏季、冬季、年、月)別の各気象・海象要素(p_H , p_L , U , H)資料に対してEOF解析^[22]を行った。解析は地点数 N_x ($p_H \cdot p_L : 61$, $U : 60$, $H : 17$)、時点数 N_t (夏季・冬季・年 : 45, 月 : 540)として第1ケース($N_x > N_t$)と第2ケース($N_x < N_t$)の2通りで実施した。その際、モード n の時間係数(時係数)を $C_n(t)$ 、モード n の固有関数 $e_n(x)$ とすると、各要素は

$$f(t, x) = \sum_n C_n(t) e_n(x) \quad (1)$$

と表される。著者らのプログラムでは、同一データに対して $C_n(t)$ および $e_n(x)$ の絶対値はそれぞれ第1ケースと第2ケースで同値であるが、相互に正負反対の符号をとる場合も少なくない。しかし、 $C_n(t)$ と $e_n(x)$ の積は両ケースで同値同符号を与える。その原因の究明は今後の課題として、ここでは N_x と N_t の大小関係によらず第2ケースの結果を用いる。

Table 13は第1モードと第2モードの寄与率 λ_i ($i=1, 2$)とその和の一覧を期間別・要素別に表す。 p_H , p_L に対する第1モードの寄与率 λ_1 は0.80以上、第2モードとの和($\lambda_1 + \lambda_2$)は0.93を越え1に近い。つまり、第1モードで p_H , p_L 資料の分散値の80%以上を、第2モードまでで93%以上を説明できる。 U に関しては第1モードの寄与率 λ_1 は0.470~0.633、第2モードまでの和($\lambda_1 + \lambda_2$)は0.686~0.829と相対的に小さくなるが、それでも分散値に対する有意な割合であろう。 H については、夏季、冬季、年別の資料では第1モードの寄与率 λ_1 はそれぞれ0.660~0.721、第2モードまでの和($\lambda_1 + \lambda_2$)は0.775~0.837をとり、第1モードと第2モードによって各資料の分散値の80%前後を説明できる。この数値は p_H , p_L 資料の場合には及ばないものの、かなり大きい。しかし、月別資料については、第1モー

Table 13 Rates of variance explained by the 1st and 2nd modes in EOF analysis.

| elm. | Summer | | | Winter | | | Year | | | Month | | |
|-------|-------------|-------------|-------------------------|-------------|-------------|-------------------------|-------------|-------------|-------------------------|-------------|-------------|-------------------------|
| | λ_1 | λ_2 | $\lambda_1 + \lambda_2$ | λ_1 | λ_2 | $\lambda_1 + \lambda_2$ | λ_1 | λ_2 | $\lambda_1 + \lambda_2$ | λ_1 | λ_2 | $\lambda_1 + \lambda_2$ |
| p_H | 0.877 | 0.090 | 0.967 | 0.931 | 0.052 | 0.983 | 0.861 | 0.094 | 0.955 | 0.905 | 0.071 | 0.976 |
| p_L | 0.807 | 0.132 | 0.939 | 0.887 | 0.086 | 0.973 | 0.812 | 0.124 | 0.936 | 0.877 | 0.089 | 0.966 |
| U | 0.633 | 0.196 | 0.829 | 0.495 | 0.269 | 0.764 | 0.470 | 0.216 | 0.686 | 0.524 | 0.187 | 0.711 |
| H | 0.721 | 0.116 | 0.837 | 0.686 | 0.109 | 0.795 | 0.660 | 0.115 | 0.775 | 0.328 | 0.217 | 0.545 |

ドの寄与率 λ_1 は0.328, 第2モードまでの和($\lambda_1 + \lambda_2$)は0.545であるから, 合計の寄与率が相対的に低い。これは H が外洋波浪を含む波高資料と内海・内湾発生波高資料など, 対象地点の地理条件の相違によって多様な変動特性をもつところに起因すると推測される。

Fig. 23は時間係数 $C_n(t)$, $n = 1, 2, 3$ の経年変化を冬季の p_H 資料について示す。いずれの $C_n(t)$ も正負の変動を数年間隔で繰り返すが, 第1モードの $C_1(t)$ の振幅が圧倒的に大きい。また, 第3モードの $C_3(t)$ には周期10年程度の緩やかな変動に周期数年の変動が加わっている。冬季の p_H 資料に対するMEM(データ数 $N=45$, フィルターの項数 $m=10$)の適用によって求めた時間係数 $C_1(t)$, $C_2(t)$, $C_3(t)$ のスペクトルにおける第1位ピーク, 第2位ピークおよび第3位ピークの周期(年)は第1モードの $C_1(t)$ では2.59年, 3.67年, 14.67年, 第2モードの $C_2(t)$ では3.14年, 4.89年, 8.80年, 第3モードの $C_3(t)$ では3.38年, 11.00年, 5.50年である。第1位の卓越周期(年)はいずれも3年前後にある。周期10年前後の卓越周期は第3位値あるいは第2位値に相当する周期として抽出されるが, 各モードによって卓越周期が必ずしも一致しない。

Table 14は期間(夏季, 冬季, 年)別の p_H , p_L , U , H 資料に基づく時間係数 $C_1(t)$ に対するMEMスペクトル解析から得た第1位の卓越周期 T_{P1} (年)と第2位の卓越周期 T_{P2} (年)および相当するスペクトルの第2位値と第1位値の比 E_2/E_1 の一覧を表す。これによれば, ピーク周期は期間や要素ごとに異なり, あまり一貫しないが, 周期3年前後の値をとるケースが多く, 6~8年の卓越周期もみられる。

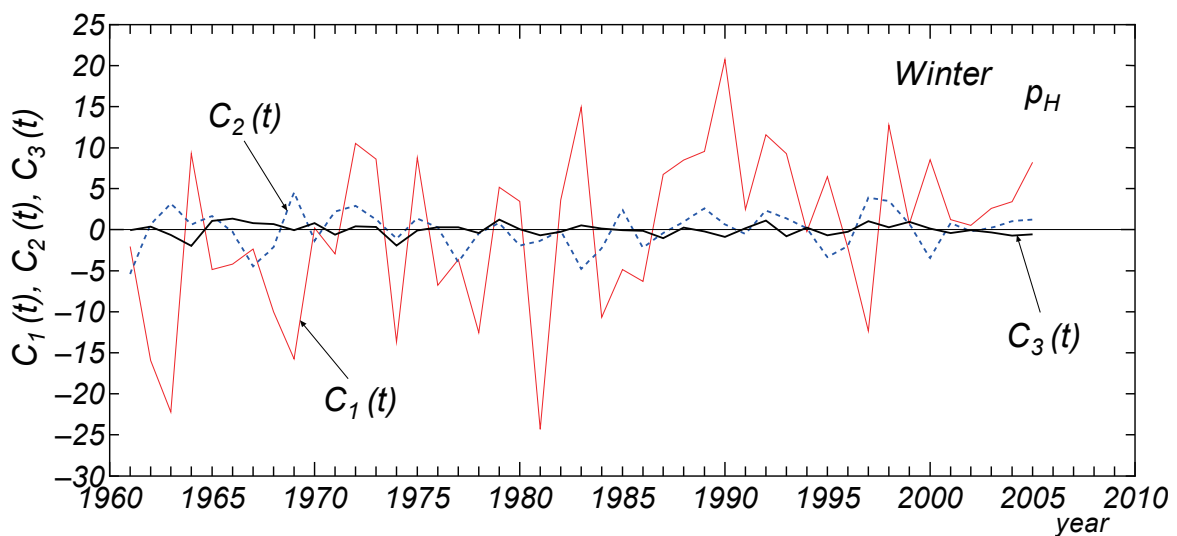


Fig. 23 Yearly variations of time coefficients $C_n(t)$ ($n = 1, 2, 3$) obtained by EOF analysis for p_H data sample in winter.

Table 14 Year period T_{P1} with the largest peak value E_1 and year period T_{P2} with the second largest peak value E_2 in MEM-based spectra of time coefficient $C_1(t)$ and spectral ratio E_2/E_1 for each data sample.

| elm. | Summer | | | Winter | | | Year | | |
|-------|----------|----------|-----------|----------|----------|-----------|----------|----------|-----------|
| | T_{P1} | T_{P2} | E_2/E_1 | T_{P1} | T_{P2} | E_2/E_1 | T_{P1} | T_{P2} | E_2/E_1 |
| p_H | 7.33 | 2.93 | 0.747 | 2.59 | 3.67 | 0.670 | 3.38 | 2.59 | 0.996 |
| p_L | 3.14 | 8.80 | 0.864 | 2.75 | 6.29 | 0.527 | 8.80 | 2.93 | 0.996 |
| U | 3.14 | 2.20 | 0.897 | 3.14 | 2.44 | 0.847 | 5.50 | 14.67 | 0.641 |
| H | 3.67 | 2.44 | 0.865 | 3.67 | 2.59 | 0.571 | 3.67 | 6.29 | 0.543 |

Table 15 Multiple correlation coefficient among one of time coefficients $C_n(t)$ ($n=1, 2, 3$) for each data sample and climate change indices.

| elm. | | Summer | | | Winter | | | Year | | |
|-------|-------------|--------|-------|-------|-------------|--------------|-------|-------------|-------|---------------|
| | | C_1 | C_2 | C_3 | C_1 | C_2 | C_3 | C_1 | C_2 | C_3 |
| p_H | ρ_{dm} | 0.318 | 0.290 | 0.408 | 0.704 | 0.495 | 0.283 | 0.354 | 0.372 | 0.386 |
| | CCI | 4-5 | 7-9 | 4-8 | 3 - 5 | 2-8 | 1-6 | 3-4 | 5-6 | 4-9 |
| | ρ | | | | 0.469 0.597 | | | | | |
| p_L | ρ_{dm} | 0.484 | 0.279 | 0.469 | 0.396 | 0.621 | 0.372 | 0.232 | 0.360 | 0.468 |
| | CCI | 2-5 | 1-7 | 3-8 | 4-5 | 1 - 2 | 2-3 | 1-4 | 5-9 | 1-9 |
| | ρ | | | | | 0.250 0.427 | | | | |
| U | ρ_{dm} | 0.438 | 0.237 | 0.262 | 0.439 | 0.493 | 0.489 | 0.523 | 0.234 | 0.606 |
| | CCI | 1-2 | 1-7 | 5-9 | 2-4 | 2-5 | 1-9 | 8 - 9 | 1-4 | 1 - 9 |
| | ρ | | | | | | | 0.167 0.479 | | -0.320 -0.038 |
| H | ρ_{dm} | 0.427 | 0.431 | 0.253 | 0.622 | 0.556 | 0.364 | 0.300 | 0.469 | 0.351 |
| | CCI | 2-6 | 2-5 | 2-6 | 1 - 2 | 2 - 3 | 5-9 | 1-6 | 1-9 | 3-4 |
| | ρ | | | | 0.274 0.409 | 0.102 -0.470 | | | | |

CCI : Climate Change Index 1:MEI 2:NPI 3:AOI 4:PDO 5:WP 6:PNA 7:SOI 8:NAO 9:ONI

Table 15 は期間別各要素の時間係数 $C_n(t)$, ($n=1, 2, 3$) と気候変動指標との2変数重相関係数 ρ_d の最大値 $\rho_{dmax}(=\rho_{dm})$, それを生じる2組の気候変動指標, および $\rho_{dmax}>0.5$ の6ケースに対して上記の気候変動指標と $C_n(t)$ との単相関係数 ρ の一覧を与える。これによると, $\rho_{dmax}>0.6$ のケースは第1モードの $C_1(t)$ については冬季 p_H 資料の場合に③AOI および⑤WP との間で $\rho_{dmax}=0.704$ (⑤WP との間で $\rho=0.597$, ②AOI との間で $\rho=0.469$), 冬季の H 資料の $C_1(t)$ について①MEI および②NPI との間で $\rho_{dmax}=0.622$ (②NPI との間で $\rho=0.409$, ①MEI との間で $\rho=0.274$, このほか⑤WP との間で $\rho=0.489$) の2ケースである。

第2モードの $C_2(t)$ については冬季の p_L 資料の場合に①MEI および②NPI との間に $\rho_{dmax}=0.621$ (②NPI との間で $\rho=0.427$, ①MEI との間で $\rho=0.250$), 第3モードの $C_3(t)$ については年別 U 資料の場合に①MEI および⑨ONI との間に $\rho_{dmax}=0.606$ (①MEI との間で $\rho=-0.320$, ⑨ONI との間で $\rho=-0.038$) の各1ケースである。各ケースの重相関係数 ρ_{dmax} は単相関係数 ρ に比べて0.1以上大きいのが特徴的である。とくに, 年別 U 資料に対する $C_3(t)$ の場合では, ρ に対する ρ_{dmax} の増加が著しい。

つぎに、Fig. 24 は固有関数 $e_n(x)(n=1, 2, 3)$ の沿岸方向（空間）変化を冬季の p_H 資料、 U 資料、 H 資料について与える。 p_H 、 p_L 資料に関して、第1モードの $e_1(x)$ はほぼ一定の正值（これ以外の p_H 、 p_L 資料でも正值）、第2モードの $e_2(x)$ は空間に関して一方向的減少傾向、第3モードの $e_3(x)$ は約30地点間隔で繰り返す空間変動を示す。これらの傾向は第2モードの $e_2(x)$ における減少のみならず増加の傾向を含めれば、各期間（夏季、冬季、年）の p_H と p_L 資料でみられる。すなわち、 $e_2(x)$ は夏季 p_L 資料で増加傾向、上記した冬季 p_H 資料のほか夏季 p_H 資料と冬季 p_L 資料で減少傾向をとる。冬季では $p_H \cdot p_L$ 資料ともに減少傾向を与えるが、夏季では p_H 資料で減少傾向、 p_L 資料で増加傾向を示し、逆の傾向になる。加えて、年別資料は $e_2(x)$ の増加・減少傾向に関して夏季資料に従う。また、絶対値でみれば、大

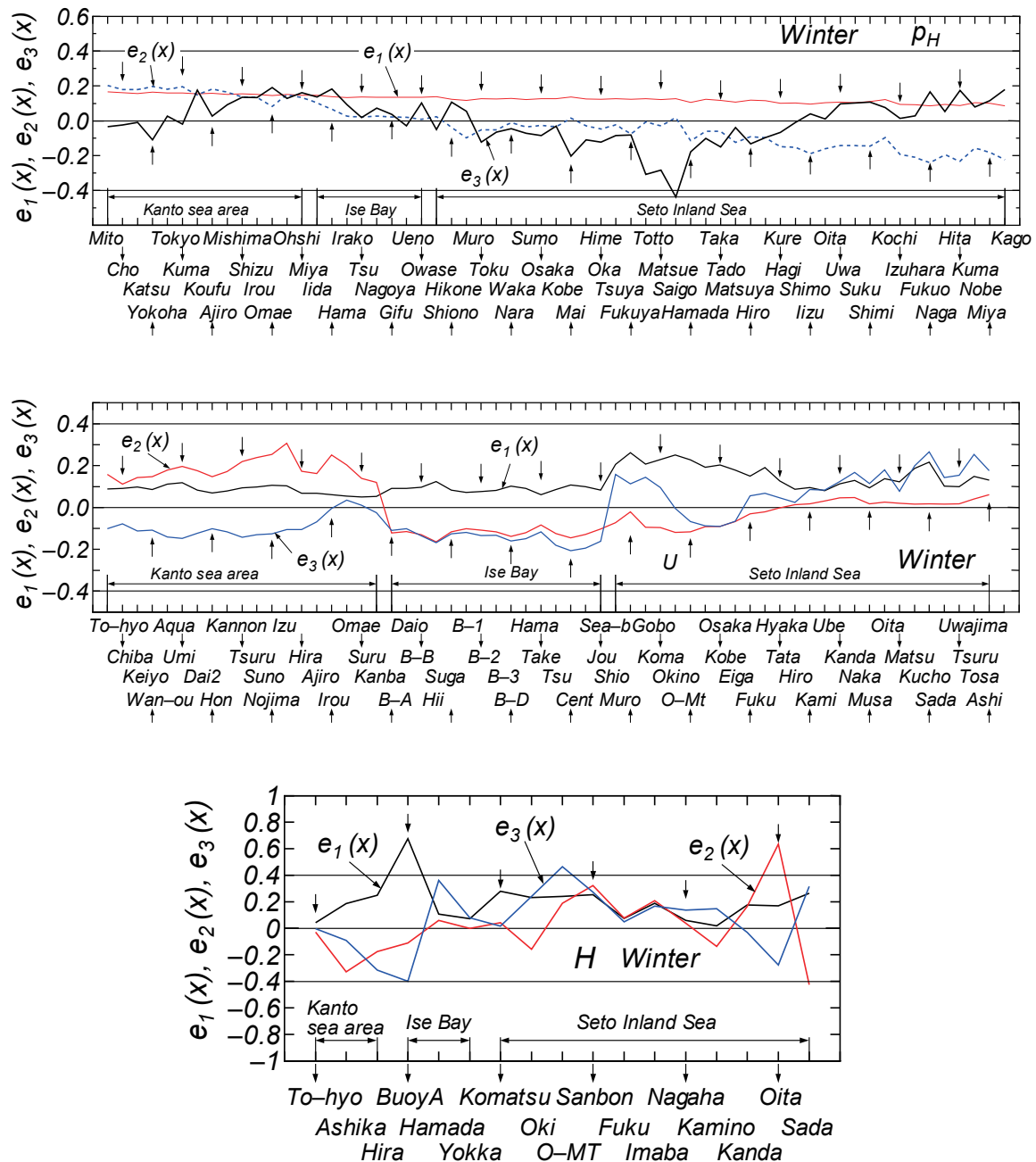


Fig. 24 Spatial variations of eigen functions $e_n(x)(n=1, 2, 3)$ obtained by EOF analysis for any of p_H , p_L , U and H data samples in winter.

きいものから $e_3(x)$, $e_2(x)$, $e_1(x)$ の順になっており、とくに $e_3(x)$ は鳥取、松江付近でピークをとる。 U 資料についても多少類似した挙動がみられるが、それらの空間変化は系統的な変化特性を低下させる。すなわち、 $e_1(x)$ は潮岬で、 $e_2(x)$ は伊勢湾領域のブイ A で、 $e_3(x)$ は潮岬でそれぞれ不連続な変化などを生じる。 H 資料についてはあまり系統的な地点変化はみられない。

Fig. 24 に示した冬季 p_H 資料に基づく $e_n(x)(n=1, 2, 3)$ を等間隔データとして MEM スペクトルを求めた結果 (データ $N=61$, フィルターの項数 $m=10$) によれば、 $e_1(x)$ に対してピーク地点数 (空間長) はほぼみられず、 $e_2(x)$ についても変動成分は小さい。 $e_3(x)$ については第 1 位ピークは 6 地点、第 2 位ピークは 2.40 地点にある。

Table 16 は p_H , p_L , U 資料に基づく上下の変動成分を含む第 3 モードの $e_3(x)$ に対するスペクトルピーク地点数の一覧を表す。この場合にも多様なピーク地点数がみられることから、系統的特徴を指摘できないけれども、第 1 ピークのスペクトル突出度に注目すると、第 1 ピーク地点長は 8 地点前後、12 地点という比較的多い地点数 (長い空間長) にある。このほか 2.7 地点数の存在も指摘される。

ついで、期間 (夏季, 冬季, 年) 別各要素資料 (p_H , p_L , U , H) に対する EOF 解析で得られた時間係数 $C_n(t)(n=1, 2, 3)$ および固有関数 $e_n(x)(n=1, 2, 3)$ と解析に用いた原資料との関係を調べる。ここで期間・地点別に標準偏差 $\sigma_i(x)$ で基準化した原資料 $S_{ij}(x, t)$ の時間平均値 $\bar{S}_i(x)$ からの偏差を $(S_{ij}(x, t) - \bar{S}_i(x))/\sigma_i(x) = p_{ij}(x, t)$ とする。 i は空間 (地点) 指標, j は時間 (時点) 指標, $\bar{\cdot}$ は時間平均を指す。また理解を容易にするため、 i に対して変数 x を、 j に対して変数 t を用いる。検討結果を順に述べれば、つぎのようである。

①第 1 モードの時間係数 $C_1(t)$ と $p_{ij}(x, t)$ との地点別相関係数 $\rho_i(x)(= \rho_x)$ および両者の相関直線の勾配値 $a_i(x)$ の全対象地点についての平均値 $\hat{\rho}$ と標準偏差 $\sigma(\rho_x)$ ならびに平均値 \hat{a} を Table 17 に示す。ここ

Table 16 Site number length P_1 with the largest peak value E_1 , site number length P_2 with the second largest peak value E_2 , site number length P_3 with the third largest peak value in MEM-based spectra of eigen function $e_3(x)$ and spectral ratio E_2/E_1 for each data sample.

| elm. | Summer | | | | Winter | | | | Year | | | |
|-------|--------|-------|-------|-----------|--------|-------|-------|-----------|-------|-------|-------|-----------|
| | P_1 | P_2 | P_3 | E_2/E_1 | P_1 | P_2 | P_3 | E_2/E_1 | P_1 | P_2 | P_3 | E_2/E_1 |
| p_H | 7.50 | 3.75 | 2.50 | 0.264 | 6.0 | 2.40 | - | 0.858 | 2.61 | 4.29 | - | 0.968 |
| p_L | 8.57 | 2.50 | - | 0.431 | 2.73 | 4.62 | - | 0.873 | 7.50 | 2.50 | 3.75 | 0.355 |
| U | 2.73 | - | - | - | 12.0 | 2.86 | - | 0.120 | 12.0 | 3.00 | - | 0.181 |

Table 17 All sites-mean $\hat{\rho}$ and standard deviation $\sigma(\rho_x)$ of site-dependent correlation coefficient $\rho_i(x)$ between EOF analysis-based 1st mode time coefficient $C_1(t)$ and site-dependent $p_{ij}(x, t)$ and all sites-mean \hat{a} of site-dependent slope value $a_i(x)$ in regression line of $C_1(t)$ on $p_{ij}(x, t)$ for each data sample.

| elm. | Summer | | | Winter | | | Year | | | Month | | |
|-------|--------------|------------------|-----------|--------------|------------------|-----------|--------------|------------------|-----------|--------------|------------------|-----------|
| | $\hat{\rho}$ | $\sigma(\rho_x)$ | \hat{a} | $\hat{\rho}$ | $\sigma(\rho_x)$ | \hat{a} | $\hat{\rho}$ | $\sigma(\rho_x)$ | \hat{a} | $\hat{\rho}$ | $\sigma(\rho_x)$ | \hat{a} |
| p_H | 0.94 | 0.04 | 0.1278 | 0.96 | 0.04 | 0.1262 | 0.93 | 0.05 | 0.1275 | 0.95 | 0.04 | 0.1279 |
| p_L | 0.90 | 0.07 | 0.1276 | 0.94 | 0.06 | 0.1262 | 0.90 | 0.07 | 0.1277 | 0.94 | 0.05 | 0.1279 |
| U | 0.80 | 0.06 | 0.1248 | 0.66 | 0.17 | 0.1178 | 0.65 | 0.14 | 0.1216 | 0.72 | 0.07 | 0.1285 |
| H | 0.65 | 0.20 | 0.1759 | 0.70 | 0.22 | 0.1937 | 0.57 | 0.29 | 0.1702 | 0.45 | 0.35 | 0.1911 |

に ' $\hat{\cdot}$ ' は地点平均を表す。 p_H, p_L についての相関係数 $\hat{\rho}$ は期間によらず 1 に近いが、 U および H については相対的に小さい。なお、第 2 モードおよび第 3 モードの時間係数 $C_2(t)$ および $C_3(t)$ と $p_{ij}(x, t)$ との地点別相関係数の全地点平均値はそれぞれ 0 に近く、両者の相関はみられない。これは②についても言える。

②時間係数 $C_1(t)$ と全地点平均した無次元偏差資料の $\hat{p}_j(t)(= \hat{p}(t))$ との相関係数 ρ および $C_1(t)$ と $\hat{p}_j(t)$ の相関直線の勾配値 a の一覧を Table 18 に示す。 p_H, p_L に対して ρ はほぼ 1 であり、両者の相関は非常に高い。 U, H についても p_H, p_L の場合に及ばないものの、相関はかなり高い。 $C_2(t), C_3(t)$ と $\hat{p}_j(t)$ との相関係数 ρ は月別 H 資料について $C_2(t)$ との間の -0.5058 (Table 18 に示すように、 $C_1(t)$ との間では $\rho = 0.8499$) を除いて 0 に近く、両者はほぼ無相関になる。しかし、 $\hat{p}_j(t)$ と $C_1(t)$ との ρ が若干小さくなると、 $\hat{p}_j(t)$ と $C_2(t)$ あるいは $C_3(t)$ との ρ の絶対値は上記の例のほか最大で 0.18 に達する。

Table 17 における相関係数 $\bar{\rho}$ と比べると、Table 18 に示す全地点平均した資料に基づく相関係数 ρ がはるかに 1 に近い値をとる。この傾向は平均相関係数 $\bar{\rho}$ の値が小さい U 資料や H 資料、とくに H 資料の場合に著しい。要するに、 $C_1(t)$ と偏差資料との地点別相関係数の平均値 $\bar{\rho}$ に比べて、 $C_1(t)$ と全地点平均偏差資料との相関係数 ρ の方がはるかに 1 に近いが、前者の平均勾配値 \bar{a} と後者の勾配値 a は一致する。

Fig. 25 は冬季の p_H 資料に対して勾配値 $a=0.1262$ を乗じた $0.1262C_1(t)$ と全地点平均した無次元偏差 $\hat{p}_j(t)$ の時系列を与える。 $C_1(t)$ と $\hat{p}_j(t)$ の相関係数がきわめて 1 に近いことから推測されるように、両者はほぼ一致する。この結果はいずれのケース (Fig. 26) についても相関係数が 1 に近いことから言える。

いま、各無次元偏差資料 $p_{ij}(x, t)$ は

$$p_{ij}(x, t) = e_1(x)C_1(t) + e_2(x)C_2(t) + e_3(x)C_3(t) + \dots + e_n(x)C_n(t) \quad (2)$$

で表されるから、これを x で平均すると

$$\begin{aligned} \hat{p}_j(t) &= \hat{e}_1(x)C_1(t) + \hat{e}_2(x)C_2(t) + \hat{e}_3(x)C_3(t) + \dots + \hat{e}_n(x)C_n(t) \\ &= \alpha_1 C_1(t) + \alpha_2 C_2(t) + \alpha_3 C_3(t) + \dots + \alpha_n C_n(t) \end{aligned} \quad (3)$$

になる。ここに、 $\hat{e}_k(x)(= \alpha_k)$ は固有関数 $e_k(x)$ の x に関する平均を表す。そこで、

$$\alpha_1 C_1(t) \gg \alpha_2 C_2(t) > \text{or} \approx \alpha_3 C_3(t) > \text{or} \approx \dots > \text{or} \approx \alpha_n C_n(t) \quad (4)$$

の場合、

$$\hat{p}_j(t) = \hat{p}(t) \approx \alpha_1 C_1(t) \quad (5)$$

が成立する。Table 19 に与えた $\hat{e}_k(x)(= \alpha_k)$ 、 $|C_k(t)|_{max}$ 、 $\hat{e}_k(x) \times |C_k(t)|_{max}$ の一覧が示すように、期間別の各要素資料について式(4)の条件がおおむね満たされる。したがって、Fig. 25 や Fig. 26 に例示

Table 18 Correlation coefficient ρ between EOF analysis-based 1st mode time coefficient $C_1(t)$ and all sites-averaged deviation data sample $\hat{p}_j(t)$ and slope value a in regression line of $C_1(t)$ on $\hat{p}_j(t)$ for each data sample.

| elm. | Summer | | Winter | | Year | | Month | |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | ρ | a | ρ | a | ρ | a | ρ | a |
| p_H | 1.0000 | 0.1278 | 0.9992 | 0.1262 | 0.9997 | 0.1275 | 1.0000 | 0.1279 |
| p_L | 0.9999 | 0.1276 | 0.9986 | 0.1262 | 0.9999 | 0.1277 | 0.9999 | 0.1279 |
| U | 0.9980 | 0.1248 | 0.9824 | 0.1178 | 0.9908 | 0.1216 | 0.9990 | 0.1285 |
| H | 0.9776 | 0.1759 | 0.9833 | 0.1937 | 0.9598 | 0.1702 | 0.8499 | 0.1911 |

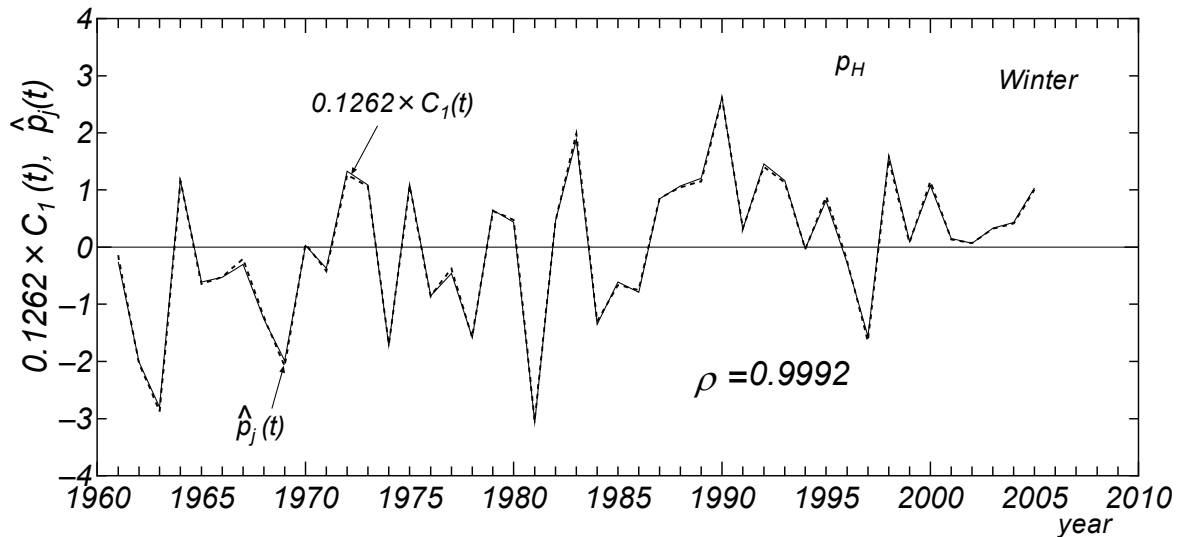


Fig. 25 Yearly variations of constant value-multiplied 1st mode time coefficient $0.1262C_1(t)$ obtained by EOF analysis for p_H data sample in winter and all site-averaged dimensionless deviation data sample $\hat{p}_j(t)$.

するように、式(5)の関係が成立する。この場合、Table 18 に与えた相関係数が 1 から離れるほど、式(5)の近似度が低下する。たとえば、月別波高資料がこのケースに相当する。また、期間別各要素資料について得られた Table 19 の $\hat{e}_1(x)$ はそれぞれ Table 18 の a と一致する。

なお、式(2)の t に関する平均式においては第 1 項 $e_1(x)\bar{C}_1(t)$ (絶対値) は第 2 項以下の項に比べて卓越せず、むしろ小さい場合も多い。このため、式(5)に相当するような関係は成立しない。

③第 1 モードの固有関数 $e_1(x)$ と地点別時点別資料 $p_{ij}(x, t)$ との時点別空間相関係数 $\rho_j(t) (= \rho_t)$ の全時点平均値 $\bar{\rho}_t$ と標準偏差 $\sigma(\rho_t)$ の一覧を Table 20 に示す。相関係数の全時点平均値 $\bar{\rho}_t$ はほぼ 0 であるが、標準偏差 $\sigma(\rho_t)$ は大きい。 $e_2(x)$ 、 $e_3(x)$ の場合も同様である。

④第 1 モードと第 2 モードの固有関数 $e_1(x)$ 、 $e_2(x)$ と無次元偏差資料 $p_{ij}(x, t)$ の地点別標準偏差 $\sigma_i(x)$ 、 skewness $\beta_i(x)$ との相関係数 ρ の一覧を Table 21 に与える。また、冬季の p_H 資料について、 $e_1(x)$ 、 $e_2(x)$ 、 $\sigma_i(x)$ 、 $\beta_i(x)$ の沿岸方向変化を Fig. 27 に示す。この例では $e_1(x)$ 、 $e_2(x)$ と $\sigma_i(x)$ との相関は非常に高く、 $e_1(x)$ 、 $e_2(x)$ と $\beta_i(x)$ との相関もかなり高いことから、それぞれの連動性がうかがわれる。同じ傾向は冬季の p_L 資料にも見出される。また、夏季、冬季、年別の H 資料では $e_1(x)$ と $\sigma_i(x)$ の相関は有意な関係をもつが、 $\beta_i(x)$ との相関は相対的に低い。その他のケースでも局所的に高い相関が見出されるが、その出現は単発的である。

⑤期間別・要素別の各偏差時系列資料から地点別に求めた標準偏差 $\sigma_i(x)$ と skewness $\beta_i(x)$ との相関係数 ρ を与えたのが Table 22 である。有意な相関が夏季と冬季の p_H 、 p_L 資料で見られる。加えて H 資料について、冬季を除く夏季、年、月の各区分期間で一定程度以上の有意な相関が認められる。これらは正または負の連動性を伴うが、この点についても気候学的検討が必要であろう。

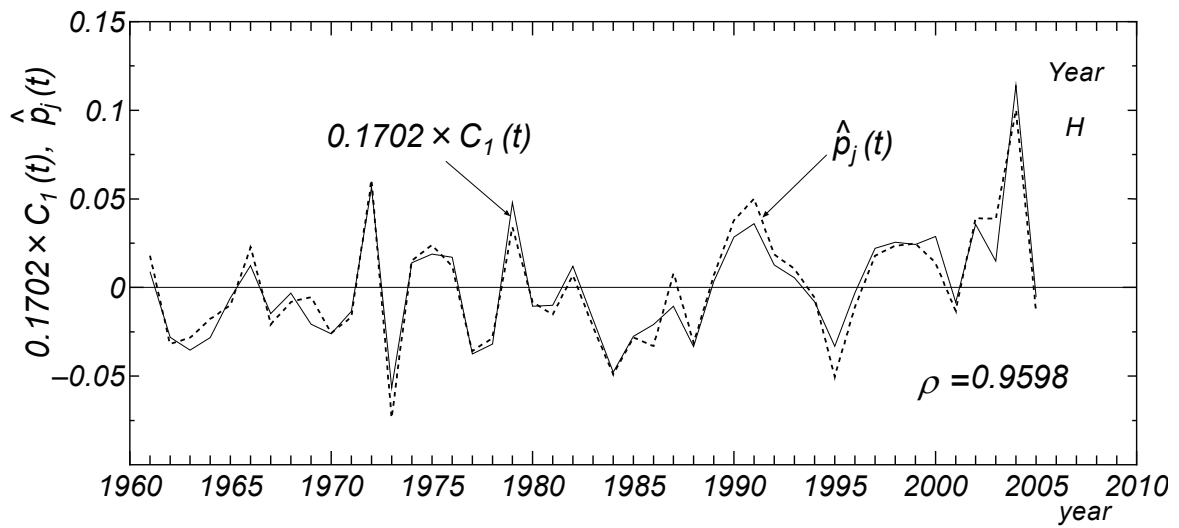
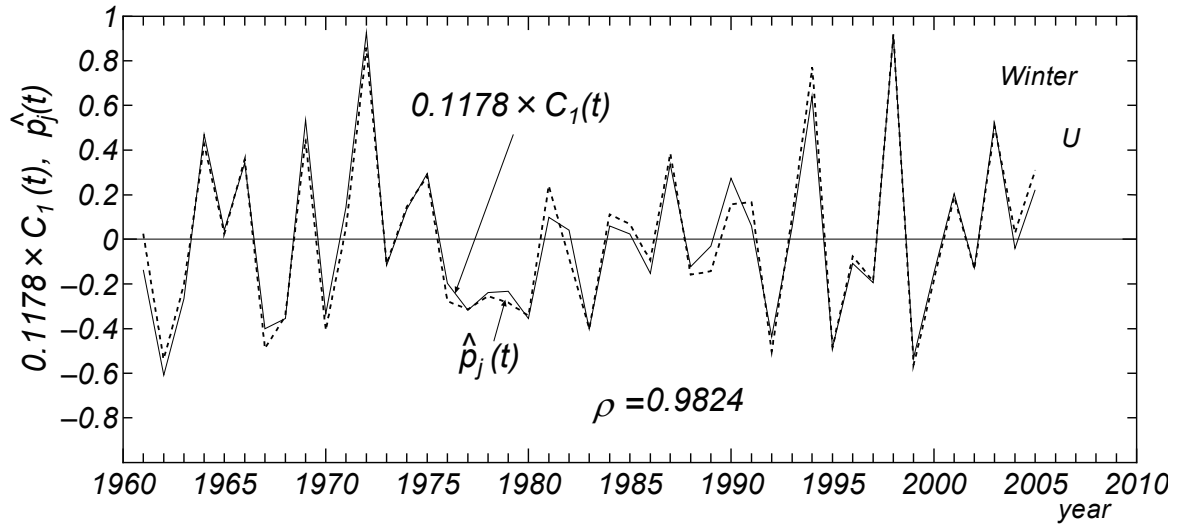


Fig. 26 Yearly variations of either constant value-multiplied 1st mode time coefficient $0.1178C_1(t)$ obtained by EOF analysis for U data sample in winter or $0.1702C_1(t)$ for annual H data sample and the corresponding all site-averaged dimensionless deviation data sample $\hat{p}_j(t)$.

Table 19 A list of $\hat{e}_k(x)$, $|C_k(t)|_{max}$ and $\hat{e}_k(x) \times |C_k(t)|_{max}$ for any of season-separated p_H , p_L , U and H data samples.

| elm. | Summer | | | Winter | | | Year | | |
|-------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| | $\hat{e}_1(x)$ | $\hat{e}_2(x)$ | $\hat{e}_3(x)$ | $\hat{e}_1(x)$ | $\hat{e}_2(x)$ | $\hat{e}_3(x)$ | $\hat{e}_1(x)$ | $\hat{e}_2(x)$ | $\hat{e}_3(x)$ |
| p_H | 0.128 | -0.003 | 0.006 | 0.126 | -0.021 | 0.0002 | 0.128 | -0.009 | 0.006 |
| p_L | 0.128 | -0.003 | -0.005 | 0.126 | -0.021 | 0.002 | 0.128 | -0.002 | 0.008 |
| U | 0.125 | -0.006 | -0.021 | 0.118 | 0.020 | -0.025 | 0.122 | 0.018 | 0.008 |
| H | 0.176 | -0.047 | 0.041 | 0.194 | 0.022 | 0.067 | 0.170 | 0.076 | 0.069 |

$$\hat{e}_k(x), k = 1,2,3$$

| elm.. | Summer | | | Winter | | | Year | | |
|-------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | $C_1(t)$ | $C_2(t)$ | $C_3(t)$ | $C_1(t)$ | $C_2(t)$ | $C_3(t)$ | $C_1(t)$ | $C_2(t)$ | $C_3(t)$ |
| p_H | 20.40134 | 5.81396 | 1.90793 | 24.32132 | 5.38477 | 1.98294 | 9.00190 | 3.11507 | 1.21789 |
| p_L | 13.94541 | 6.01696 | 2.09577 | 31.22120 | 6.39597 | 2.13717 | 8.63619 | 3.86401 | 1.20820 |
| U | 11.66809 | 5.46149 | 3.29957 | 7.86962 | 5.72264 | 2.73756 | 4.63319 | 3.13974 | 2.53323 |
| H | 1.39510 | 0.43266 | 0.27252 | 0.73468 | 0.30300 | 0.24261 | 0.67014 | 0.17935 | 0.13886 |

$$|C_k(t)|_{max}, k = 1,2,3$$

| elm. | Summer | | | Winter | | | Year | | |
|-------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| | $\hat{e}_1 \times C_{1max}$ | $\hat{e}_2 \times C_{2max}$ | $\hat{e}_3 \times C_{3max}$ | $\hat{e}_1 \times C_{1max}$ | $\hat{e}_2 \times C_{2max}$ | $\hat{e}_3 \times C_{3max}$ | $\hat{e}_1 \times C_{1max}$ | $\hat{e}_2 \times C_{2max}$ | $\hat{e}_3 \times C_{3max}$ |
| p_H | 2.60743 | -0.01838 | 0.01105 | 3.06926 | -0.11513 | 0.00041 | 1.10245 | -0.00581 | 0.00912 |
| p_L | 1.78005 | -0.01784 | -0.01150 | 3.93920 | -0.13676 | 0.00376 | 1.14775 | -0.02720 | 0.00708 |
| U | 1.45642 | -0.03377 | -0.06888 | 0.92688 | 0.11706 | -0.06823 | 0.56354 | 0.05717 | 0.01951 |
| H | 0.24536 | -0.02025 | 0.01119 | 0.14233 | 0.00676 | 0.01633 | 0.11404 | 0.01359 | 0.00964 |

$$\hat{e}_k(x) \times |C_k(t)|_{max}, k = 1,2,3$$

Table 20 Time averaged $\bar{\rho}$ and standard deviation $\sigma(\rho_t)$ of time-dependent correlation coefficient $\rho_j(t)$ between the 1st mode eigen function $e_1(x)$ obtained by EOF analysis and site-dependent deviation data sample $p_{ij}(x, t)$ for each data sample.

| elm. | Summer | | Winter | | Year | | Month | |
|-------|--------------|------------------|--------------|------------------|--------------|------------------|--------------|------------------|
| | $\bar{\rho}$ | $\sigma(\rho_t)$ | $\bar{\rho}$ | $\sigma(\rho_t)$ | $\bar{\rho}$ | $\sigma(\rho_t)$ | $\bar{\rho}$ | $\sigma(\rho_t)$ |
| p_H | -0.04 | 0.45 | 0.04 | 0.79 | -0.03 | 0.57 | 0.02 | 0.33 |
| p_L | 0.02 | 0.43 | -0.01 | 0.77 | -0.01 | 0.35 | 0.02 | 0.34 |
| U | -0.01 | 0.43 | -0.08 | 0.48 | -0.01 | 0.41 | 0.00 | 0.44 |
| H | -0.05 | 0.64 | -0.08 | 0.60 | -0.06 | 0.61 | -0.02 | 0.52 |

Table 21 Correlation coefficient ρ between eigen function $e_n(x)(n=1,2)$ and site-dependent standard deviation $\sigma_i(x)$ or skewness $\beta_i(x)$ of dimensionless deviation data sample $p_{ij}(x, t)$ for each case.

| elm. | $\rho(e_n(x), \sigma_i(x))$ | | | | | | | |
|-------|-----------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------|-------|-------------|
| | Summer | | Winter | | Year | | Month | |
| | e_1 | e_2 | e_1 | e_2 | e_1 | e_2 | e_1 | e_2 |
| p_H | 0.62 | 0.70 | 0.98 | 0.99 | 0.81 | 0.82 | -0.04 | 0.80 |
| p_L | 0.45 | 0.12 | 0.94 | 0.94 | 0.40 | -0.35 | -0.24 | 0.78 |
| U | 0.95 | 0.31 | 0.78 | 0.03 | 0.80 | -0.06 | 0.39 | -0.47 |
| H | 0.99 | 0.20 | 0.95 | -0.08 | 0.90 | 0.01 | -0.25 | -0.11 |

| elm. | $\rho(e_n(x), \beta_i(x))$ | | | | | | | |
|-------|----------------------------|-------|--------------|-------------|-------|--------------|-------|-------------|
| | Summer | | Winter | | Year | | Month | |
| | e_1 | e_2 | e_1 | e_2 | e_1 | e_2 | e_1 | e_2 |
| p_H | -0.54 | -0.50 | 0.77 | 0.81 | 0.22 | 0.60 | -0.23 | 0.26 |
| p_L | -0.78 | -0.54 | -0.70 | -0.64 | -0.16 | -0.84 | 0.37 | 0.92 |
| U | 0.31 | 0.05 | 0.46 | -0.01 | 0.36 | -0.22 | 0.08 | -0.25 |
| H | 0.62 | 0.37 | 0.27 | 0.34 | 0.74 | -0.25 | -0.46 | -0.32 |

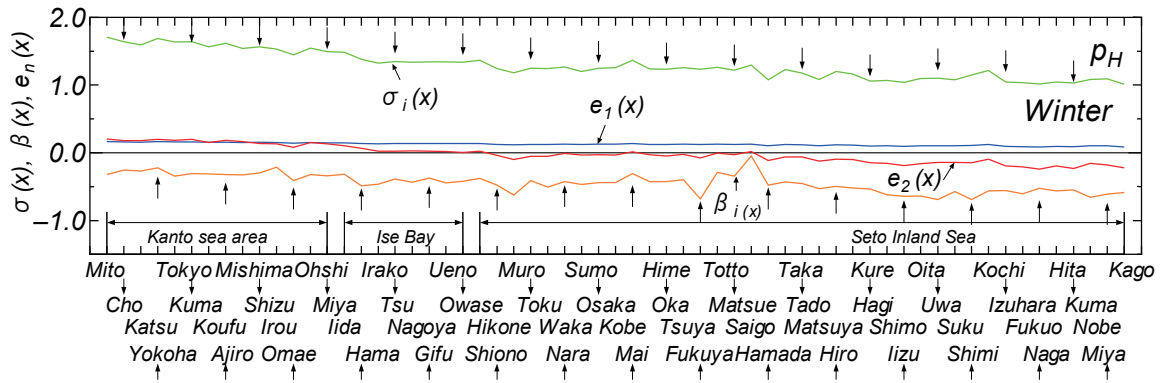


Fig. 27 Spatial variations of EOF analysis-based eigen functions $e_1(x)$ and $e_2(x)$, site-dependent standard deviation $\sigma_i(x)$ and skewness $\beta_i(x)$ for p_H data sample in winter.

Table 22 Correlation coefficient row between site-dependent $\sigma_i(x)$ and $\beta_i(x)$ for each data sample case.

| elm. | S | W | Y | M |
|-------|--------------|-------------|-------------|-------------|
| p_H | -0.51 | 0.77 | 0.49 | 0.07 |
| p_L | -0.68 | -0.50 | 0.19 | 0.64 |
| U | 0.26 | 0.15 | 0.28 | -0.41 |
| H | 0.58 | 0.12 | 0.70 | 0.55 |

3.3 傾向変動の特性

畑田ら^[2]および山口ら^{[3]-[5]}は上述した 1961~2005 年 45 年間の気圧・風速・波高の期間（夏季，冬季，年）別資料に対する傾向変動解析およびジャンプ解析を行い，その特性を調べた。このうち，傾向変動の有無に関する統計的有意性の検討に用いた指標は有意水準を 5%とした場合，パラメトリックな方法としての①片側 t 検定^[23]による傾向変動強度指数 $\tilde{a}(= a/a_{95}$ ， a ：直線の勾配値， a_{95} ： a の95%変動域)とノンパラメトリックな方法としての②鈴木^[24]による（相対）トレンド示数 $I_t(= \tilde{I}_t/1.6449)$ である。ここでは，別のノンパラメトリックな方法として③Mann-Kendall 検定法^{[22],[23]}を適用し，その強度指数を I_{MK} で表す。各指数 \tilde{a} ， I_t ， I_{MK} （代表して I ）はいずれも $I \geq 1$ の場合に有意水準 5%で統計的に有意な「正の傾向変動あり」， $I \leq -1$ の場合に「負の傾向変動あり」， $|I| < 1$ で「傾向変動なし」，と判定する。畑田^[2]および山口ら^{[3]-[5]}は傾向変動に関して沿岸方向の地点別変化図による検討を行ったが，ここでは傾向変動強度指数の頻度分布に基づく総合的な考察を中心にする。

Table 23 は期間（夏季，冬季，年）別 p_H ， p_L 資料（61 地点）， U 資料（60 地点）， H 資料（17 地点）に対する傾向変動解析から得た指数 \tilde{a} ， I_t ， I_{MK} に関する統計量の一覧を示す。各指数の統計量は，最大値（ max ），最小値（ min ）， $|I| < 1$ に属する地点数 N_0 とその指数の平均値（ m_0 ）， $I \geq 1$ に属する地点数 N_1 と平均値 m_1 ， $I \leq -1$ に属する地点数 N_{-1} と平均値 m_{-1} よりなる。 p_H ， p_L に関して， $I \leq -1$ に分類されたケースは皆無であるので， N_{-1} と m_{-1} の項を設けていない。また，要素名の下に全地点数を与える。3種類の指数による傾向変動の判別結果の差は多くのケースで小さい。とくに，ノンパラメトリック法に基づく I_t と I_{MK} に対する各数値はよく符合することから，2つの方法はほぼ同一の方法とみなされよう。

まず， p_H ， p_L 資料についてみると，冬季の p_H 資料を除いて，ほとんどの地点で統計的に有意な傾向変動は抽出されない。Fig. 28 は統計的に有意な増加傾向を示す冬季の p_H 資料に対する判別結果を山口ら^{[3],[5]}から再録したものであり， $\tilde{a}_{p_H}^{(w)}$ が傾向変動強度指数 \tilde{a} ， $\tilde{z}_{p_H}^{(w)}$ が後述するジャンプ強度指数 \tilde{z} である。これによると，関東沿岸北東部から瀬戸内海西部に向けて \tilde{a} は 1.5 を上まわり，しかもあまり地点依存性をもたないか，あるいは若干減少傾向にあることがわかる。

ついで， U 資料についてみると，冬季には傾向変動をもたない地点が全体の半数をかなり越え，残りの多くの地点は増加傾向（4 地点で減少傾向）を示す。夏季と年単位では傾向変動をもたない地点数が全体の 1/3 強と少なく，正の傾向変動を示す地点が半数程度をとり，負の傾向変動を示す地点も 8 地点程度見出される。夏季資料では正の傾向変動を示す地点は関東沿岸領域と伊勢湾に位置し，瀬戸内海では I の値が急減し，正の傾向変動はみられない^{[3],[5]}。冬季資料や年別資料では，1 を若干上まわる傾向変動強度指数を与える地点が関東沿岸領域と大阪湾で，負値を示す地点が瀬戸内海西部でみられる^{[3],[5]}。

夏季と冬季の H 資料では半数程度の地点で傾向変動がみられないが，年別資料ではその数が 4 地点とかなり少なくなる。逆に，正の傾向変動を示す地点数が夏季と冬季資料で 7 地点程度とやや少なく，年別資料で 11 地点と多くなる。負の傾向変動を与える地点も夏季・冬季資料で 1 地点，年別資料で 2 地点検出される。関東沿岸海域や伊勢湾では傾向変動強度指数 I の地域依存性は少ないが，瀬戸内海西部では地点間の変化が著しく，とくに大分と佐田岬でその傾向が強い^{[2]-[5]}。

Table 24 は全地点平均した期間（夏，冬，年）別要素（ p_H ， p_L ， U ， H ）の無次元偏差資料 $\hat{p}_j(t)$ と元の無次元偏差資料に対する EOF 解析で得た第 1，第 2，第 3 モード時間係数 $C_1(t)$ ， $C_2(t)$ ， $C_3(t)$ の傾向変動解析の結果を Mann-Kendall 検定に基づく傾向変動強度指数 I_{MK} の一覧として与える。この際， $\hat{p}_j(t)$ に対する符号の上での整合性を得るために，Table 18 に記した勾配値 a が負値の場合に， $C_1(t)$ と $C_3(t)$ に対し符号を変換している。これによると，期間別の各要素について $\hat{p}_j(t)$ に対する I_{MK} と $C_1(t)$ に対する I_{MK} はよく符合する。両者の対応は p_H 資料と p_L 資料できわめて良好であるが， U 資料と H 資料ではやや低くなる。また， $\hat{p}_j(t)$ あるいは $C_1(t)$ に対する統計的に有意な正の傾向変動（増加傾向）が夏季

Table 23 A list of trend analyses for any of season-separated p_H , p_L , U and H data samples.

| elm. Num. | stat. | Index range | Summer | | | Winter | | | Year | | |
|-------------|----------|-------------|---------------|-----------|------------|---------------|-----------|------------|---------------|-----------|------------|
| | | | ① \tilde{a} | ② I_t | ③ I_{MK} | ① \tilde{a} | ② I_t | ③ I_{MK} | ① \tilde{a} | ② I_t | ③ I_{MK} |
| p_H 61 | max | full | 1.10 | 0.94 | 0.88 | 2.13 | 1.89 | 1.88 | 1.18 | 1.26 | 1.21 |
| | min | full | -0.11 | -0.34 | -0.36 | 1.20 | 0.85 | 0.78 | -0.29 | -0.07 | -0.13 |
| | N_0 | -1~1 | 60 | 61 | 61 | 0 | 3 | 3 | 58 | 57 | 57 |
| | m_0 | -1~1 | 0.40 | 0.24 | 0.21 | 0.0 | 0.88 | 0.82 | 0.32 | 0.42 | 0.36 |
| | N_1 | ≥ 1 | 1 | 0 | 0 | 61 | 58 | 58 | 3 | 4 | 4 |
| | m_1 | ≥ 1 | 1.1 | 0.0 | 0.0 | 1.60 | 1.46 | 1.43 | 1.14 | 1.16 | 1.12 |
| p_L 61 | max | full | 1.30 | 1.26 | 1.26 | 1.29 | 1.02 | 1.00 | 0.77 | 0.74 | 0.79 |
| | min | full | -0.20 | -0.33 | -0.36 | 0.32 | -0.14 | -0.16 | -0.90 | -0.77 | -0.80 |
| | N_0 | -1~1 | 53 | 58 | 58 | 54 | 60 | 61 | 61 | 61 | 61 |
| | m_0 | -1~1 | 0.46 | 0.43 | 0.39 | 0.72 | 0.43 | 0.42 | -0.07 | -0.00 | -0.06 |
| | N_1 | ≥ 1 | 8 | 3 | 3 | 7 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | m_1 | ≥ 1 | 1.14 | 1.23 | 1.19 | 1.13 | 1.02 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| U 60 | max | full | 2.60 | 2.11 | 2.11 | 1.50 | 1.48 | 1.46 | 3.00 | 2.58 | 2.57 |
| | min | full | 0.19 | 0.06 | 0.06 | -2.01 | -1.73 | -1.73 | -1.65 | -1.33 | -1.37 |
| | N_0 | -1~1 | 22 | 27 | 27 | 38 | 46 | 46 | 24 | 23 | 23 |
| | m_0 | -1~1 | 0.57 | 0.51 | 0.50 | 0.03 | 0.13 | 0.13 | -0.02 | 0.01 | -0.00 |
| | N_1 | ≥ 1 | 38 | 33 | 33 | 18 | 10 | 10 | 31 | 29 | 29 |
| | m_1 | ≥ 1 | 1.61 | 1.55 | 1.55 | 1.31 | 1.27 | 1.26 | 2.05 | 1.92 | 1.90 |
| | N_{-1} | ≤ -1 | 0 | 0 | 0 | 4 | 4 | 4 | 5 | 8 | 8 |
| | m_{-1} | ≤ -1 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | -1.58 | -1.42 | -1.43 | -1.29 | -1.20 | -1.21 |
| H 17 | max | full | 2.67 | 2.24 | 2.24 | 2.51 | 2.34 | 2.34 | 2.89 | 2.66 | 2.66 |
| | min | full | -1.57 | -1.49 | -1.50 | -1.99 | -2.10 | -2.10 | -4.85 | -3.73 | -3.74 |
| | N_0 | -1~1 | 9 | 11 | 11 | 9 | 9 | 9 | 4 | 4 | 4 |
| | m_0 | -1~1 | 0.55 | 0.50 | 0.50 | 0.30 | 0.30 | 0.30 | 0.28 | 0.16 | 0.16 |
| | N_1 | ≥ 1 | 7 | 5 | 5 | 7 | 7 | 7 | 11 | 11 | 11 |
| | m_1 | ≥ 1 | 1.50 | 1.45 | 1.45 | 1.46 | 1.36 | 1.36 | 1.78 | 1.63 | 1.63 |
| | N_{-1} | ≤ -1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| | m_{-1} | ≤ -1 | -1.57 | -1.47 | -1.50 | -1.99 | -2.10 | -2.10 | -3.08 | -2.43 | -2.43 |

の U 資料, 冬季の p_H 資料, 年別の U 資料と H 資料にみられる。

Table 23 に与えた個々の地点における結果の集合体（地点数）と比較すると, 統計的に有意な増加傾向が夏季の U 資料には全体の 1/2 以上の地点で, 冬季の p_H 資料にはほぼ全地点で, 年別の U 資料には 1/2 の地点で, 年別の H 資料には 2/3 地点でそれぞれ認められることから, 両者 (Table 23 と Table 22) の結果は整合すると言える。なお, $C_2(t)$, $C_3(t)$ については $C_1(t)$ と比べてその値が小さいことから, これらに含まれる傾向変動の強度はあまり問題にならないと考えられる。

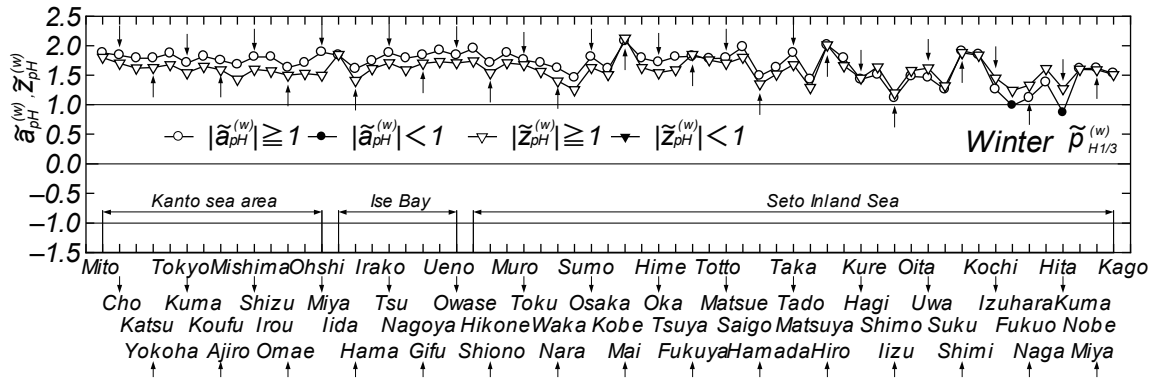


Fig. 28 Spatial variations of trend intensity index $\tilde{\alpha}_{pH}$ and jump intensity index \tilde{z}_{pH} for p_H data sample in winter^{[3],[5]}.

Table 24 Mann-Kendall test-based trend intensity index I_{MK} for all site-averaged dimensionless deviation data sample $\hat{p}_j(t)$ and time coefficients $C_1(t)$, $C_2(t)$, $C_3(t)$ in any case of season-grouped p_H , p_L , U , H data samples.

| elm. | Summer | | | | Winter | | | | Year | | | |
|-------|----------------|-------------|----------|----------|----------------|-------------|----------|----------|----------------|-------------|----------|----------|
| | $\hat{p}_j(t)$ | $C_1(t)$ | $C_2(t)$ | $C_3(t)$ | $\hat{p}_j(t)$ | $C_1(t)$ | $C_2(t)$ | $C_3(t)$ | $\hat{p}_j(t)$ | $C_1(t)$ | $C_2(t)$ | $C_3(t)$ |
| p_H | 0.23 | 0.20 | 0.23 | 1.21 | 1.45 | 1.45 | 0.30 | -0.93 | 0.52 | 0.54 | -0.19 | -0.67 |
| p_L | 0.43 | 0.45 | 0.87 | -0.62 | 0.57 | 0.52 | -0.08 | 0.55 | -0.13 | -0.14 | -0.06 | 1.70 |
| U | 1.30 | 1.27 | 0.86 | -0.71 | 0.56 | 0.42 | 0.58 | -2.44 | 1.23 | 1.46 | -0.56 | -2.84 |
| H | 0.74 | 0.65 | 1.04 | -0.42 | 0.84 | 0.90 | -2.36 | 2.03 | 1.27 | 1.62 | -2.90 | 1.50 |

つぎに、Table 25 は9種類の期間（夏季，冬季，年）別気候変動指標に対する傾向変動の解析結果の一覧を表す。この場合も3種類の傾向変動強度指数 $I(= \tilde{\alpha}, I_t, I_{MK})$ は相互に類似した値をとる。傾向変動強度指数が概略で(i) $I \geq 2$ のケースは夏季と年別単位の④PDO，冬季の⑧NAOの3ケース，(ii) $I = 1.5 \sim 2$ のケースは，夏季と冬季の⑤WPの2ケース，(iii) $I = 1 \sim 1.5$ のケースは夏季と年単位の①MEI，年単位の②NPI，冬季と年単位のPNA，冬季の③AOI，冬季の④PDO，年単位の⑧NAOの8ケースであり，残りの14ケースは傾向変動をもたない。ただし，年単位の③AOIに対する I は1に近く，年単位の⑦SOIに対する I は-1に近い。

Fig. 29 はとくに強い傾向変動が検出される夏季の④PDO，冬季の⑧NAOおよび夏季の⑤WP，冬季の⑤WP (Fig. 5 からの再録) のほか，分散値の差が大きい冬季の⑥PNAの5ケースについて，その経年変化を与える。図には傾向変動を表す直線と勾配値 a (1/年)，傾向変動強度指数 I_t ，および次節で述べるジャンプ解析に際して使用する1961~1986年および1987~2005年の気候変動指標の平均値を表す点線とそれぞれの平均値 (m_1, m_2) ，分散値 (σ_1^2, σ_2^2) も記載している。夏季の④PDO，冬季の⑥PNAと⑧NAO，冬季の⑤WPに関して，その経年変化図には長い周期成分の変動が短い周期成分の変動に加わっているが，45年間という限られた期間内では一方向的な増加傾向をもつようにもみえる。逆に，夏季の⑤WPは減少傾向を示す。

なお，気候変動指標の傾向変動に関する従来の研究はほとんど見かけない。上記のように，気候変動指標は長い周期成分の上に短い周期成分が乗った形で変動を繰り返す傾向をもつことから，限られ

Table 25 Results of trend analyses for season-separated climate change indices.

| CCI | Summer | | | Winter | | | Year | | |
|------|---------------|--------------|--------------|---------------|-------------|-------------|---------------|-------------|-------------|
| | ① \tilde{a} | ② I_t | ③ I_{MK} | ① \tilde{a} | ② I_t | ③ I_{MK} | ① \tilde{a} | ② I_t | ③ I_{MK} |
| ①MEI | 1.25 | 1.19 | 1.19 | 0.71 | 0.68 | 0.67 | 1.33 | 1.26 | 1.26 |
| ②NPI | -0.06 | -0.14 | -0.18 | -0.76 | -0.82 | -0.84 | -1.35 | -1.33 | -1.34 |
| ③AOI | 0.58 | 0.58 | 0.58 | 1.23 | 1.12 | 1.12 | 1.01 | 0.97 | 0.96 |
| ④PDO | 1.91 | 2.08 | 2.05 | 1.29 | 1.22 | 1.20 | 2.10 | 2.14 | 2.07 |
| ⑤WP | -1.98 | -1.62 | -1.65 | 1.72 | 1.53 | 1.49 | -0.46 | -0.51 | -0.58 |
| ⑥PNA | -0.02 | -0.01 | -0.05 | 1.09 | 1.11 | 1.06 | 1.17 | 1.19 | 1.08 |
| ⑦SOI | -0.82 | -0.86 | -0.88 | -0.51 | -0.49 | -0.52 | -0.91 | -0.95 | -0.99 |
| ⑧NAO | -0.24 | -0.25 | -0.27 | 2.29 | 2.00 | 2.00 | 1.10 | 1.22 | 1.19 |
| ⑨ONI | 0.05 | 0.43 | -0.12 | 0.06 | 0.20 | -0.08 | 0.09 | 0.15 | 0.13 |

た期間の資料に基づいて傾向変動，すなわち一方向的増加・減少傾向を議論する方法論が妥当か否かを考察してみる必要があるのかもしれない。

3.4 ジャンプの特性

畑田ら^[2]や山口ら^{[3]-[5]}は 1965～2005 年 45 年間の期間（夏季，冬季，年）別 p_H , p_L , U , H 資料には 1986～1987 年を境目とするジャンプ構造がみられるとして，1961～1986 年（26 年間）と 1987～2005 年（19 年間）の各部分期間資料の平均値についてジャンプの統計的有意性を検討した。適用した方法は有意水準を 5% とするノンパラメトリック法としての①Mann-Whitney の片側 U 検定法^[23]，であり，ジャンプ強度指数を U 検定における z 値と有意水準 5% に対する正規分布の z_{95} 値の比として $\tilde{z}_{MW} = z/z_{95}$ ($= J_{MW}$) で表した。上記のように，畑田ら^[2]および山口ら^{[3]-[5]}はジャンプを部分期間資料の平均値の差で代表させ，その統計的有意性を地点別変化図により与えたが，ここでは部分期間資料の平均値の差のみならず，部分期間資料の変動（分散値）の差を考慮してジャンプ強度指数の特性を頻度分布および沿岸方向の地点別変化図でみる。この際，同じく有意水準を 5% として平均値の差に対するパラメトリック法としての②片側 t 検定^[23] およびノンパラメトリック法としての③Wilcoxon の順位和検定^{[22],[25]} も実施し，ジャンプ強度をそれぞれ J_t および J_w で表す。 J_{MW} , J_t , J_w を J_m と記すと， $|J_m| \geq 1$ で統計的に有意な「正（負）のジャンプあり」， $|J_m| < 1$ で「ジャンプなし」，とするのは言うまでもない。また，部分区間資料それぞれの変動，すなわち分散値に対する不連続的变化（ジャンプ）に対する解析のため，パラメトリック法である④ F 分布を用いた等分散の検定法^{[25],[26]} およびノンパラメトリック法である⑤ Ansari-Bradley 検定法^{[22],[25]} を適用し，強度指数をそれぞれ J_{vF} および J_{vAB} と表す。Wilcoxon 検定法および Ansari-Bradley 検定法で用いる標準正規変量の分子において -0.5 の補正が加えられるが，これを行うと適正な結果が得られなかったため，-0.5 の補正を行わないことにした。また，Mann-Whitney 検定法と (-0.5 の補正を加えない) Wilcoxon 検定法における標準正規変量は正負が逆の関係にあり，しかも Mann-Whitney 検定法が正または負のジャンプに対して適正な判別結果を与えることから，Wilcoxon 検定法における標準正規変量の符号を逆転する。この結果，Mann-Whitney 検定法と Wilcoxon 検定法による結果（ジャンプ強度指数）は一致する。さらに，平均値の差と分散の差に対する検定を同時に行うために，平均値の差に対する Wilcoxon 検定法^{[22],[25]} と分散値の差に対する Ansari-Bradley 検定法^{[22],[25]} を組み合わせたノンパラメトリック法としての⑥Lepage

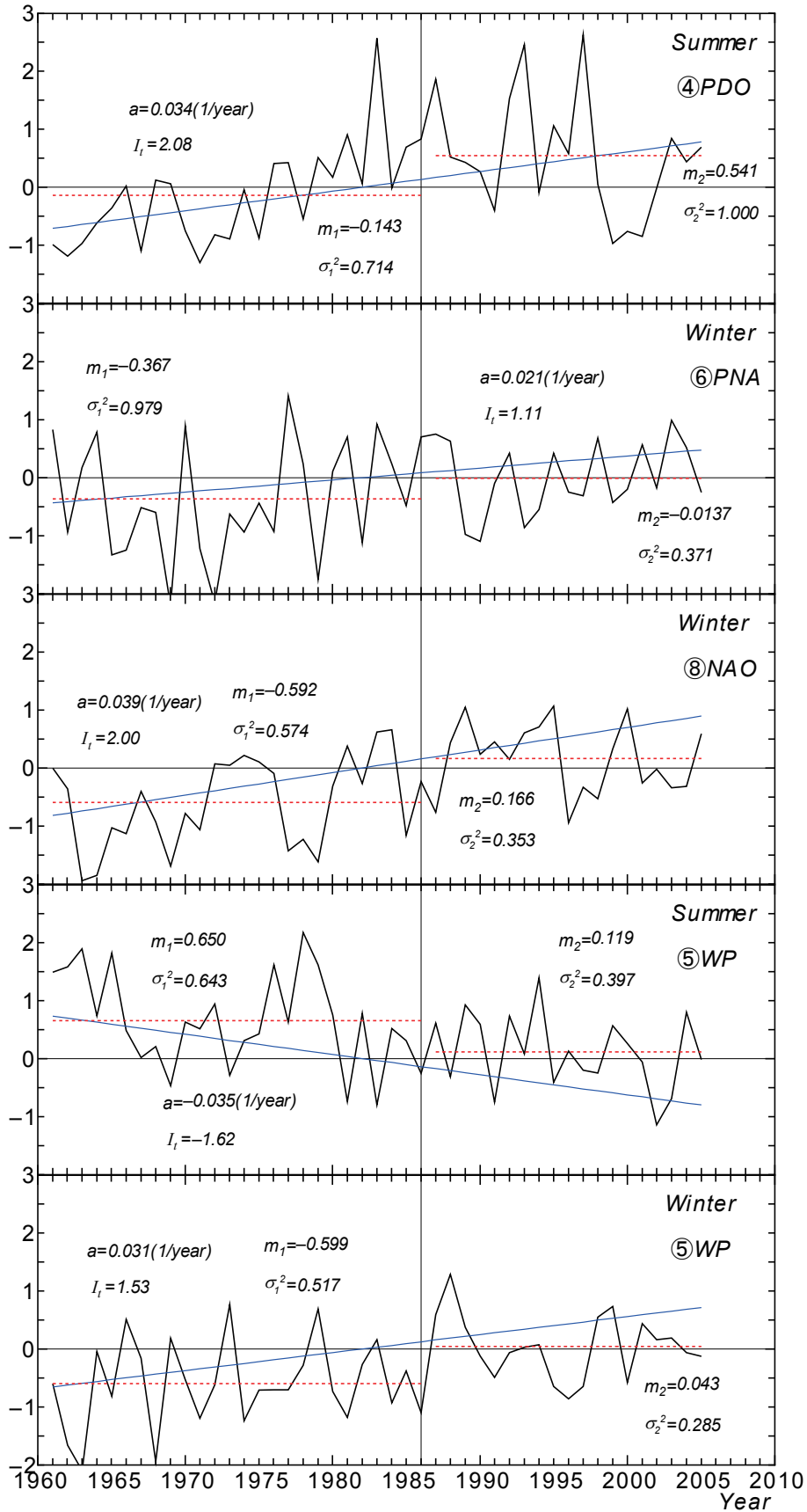


Fig. 29 Yearly variation of any of climate change indices.

(ラページ) 検定法^{[22],[25]}を用いる。ジャンプ強度指数は J_{Lep} で表記する。この場合、Lepage 検定統計量 L (Wilcoxon 検定量の標準偏差で割った偏差の2乗値と Ansari-Bradley 検定統計量の標準偏差で割った偏差の2乗値の和) は正值のみをとるので、 $J_{Lep}(= L/5.99147$: 有意水準 5%の片側検定)も正值のみを与える。そこで、Wilcoxon 検定法に基づく符号逆転を行ったジャンプ強度指数 J_W の符号に従うように、 $J_W < 0$ の場合に、 J_{Lep} に負符号を付加する。

Table 26 は期間 (夏季, 冬季, 年) 別 p_H , p_L , U , H 資料に対するジャンプ解析結果の一覧を与える。 p_H と p_L の各平均値の差に関しては、冬季の p_H を除いて、統計的に有意なジャンプはほとんど検出されない。冬季の p_H については、かなり強い正のジャンプが示唆される。これは傾向変動の解析結果とよく整合しており、結果としては冬季の p_H 資料には傾向変動というよりもジャンプが含まれていると推測される。分散値の差に関しては夏季の p_H と年単位の p_H と p_L についてジャンプの存在はほとんど示唆されないが、冬季の p_H と p_L , 夏季の p_L について約半数の地点で負のジャンプ (前半期間より後半期間で分散値が減少) の傾向が指摘される。平均値の差と分散値の差の両者を考慮する⑥Lepage 検定の結果 (J_{Lep}) は平均値の差に対する③Wilcoxon 検定の結果 (J_W) と同様の特性を示すことから、⑥Lepage 検定の結果が平均値の差に対する③Wilcoxon 検定の結果の影響を強く受けていることがわかる。しかし、冬季の p_L のように J_{Lep} による「ジャンプなし」の判定地点数が J_W の判定地点数よりかなり少なくなるなど、分散値の差に対する判定結果 (J_{vAB}) が J_{Lep} に影響を及ぼすケースもある。なお、平均値の差に対する検定結果 (J_t , J_W , J_{MW}) の間であまり差がなく、上述のように J_W と J_{MW} は完全に一致する。また、分散値の差に対する検定結果 (J_{vF} , J_{vAB}) も比較的良好に符合するが、冬季の p_H , p_L 資料のように、やや隔たりがみられるケースもある。

U 資料に関して、冬季には平均値の差、分散値の差および両者についてジャンプの存在はほとんど示唆されない。一方、平均値の差および平均値の差と分散値の差の両者に関して、夏季では2/3の地点で、年単位では約1/2の地点で正のジャンプの存在を示唆するが、分散値の差そのものに関してはジャンプの存在をほとんど支持しない。平均値の差に対するジャンプの有無についての判別結果 (地点数) は傾向変動に対する結果 (地点数) と対応することから、 U 資料においても傾向変動よりジャンプの存在が示唆されよう。

H 資料に関して平均値の差で見ると、夏季と冬季のそれぞれで「ジャンプなし」の地点数と正の「ジャンプあり」の地点数がそれぞれ1/2程度と拮抗するのに対して、年単位では正の傾向変動ありの地点数が圧倒的に多い。傾向変動とジャンプは連動することから、ジャンプの存在にかかわる地点数の特徴は傾向変動の場合と整合する。分散値の差に関しては、夏季, 冬季, 年単位のいずれの資料でもジャンプの存在は大部分の地点で認められない。平均値の差と分散値の差の両者を考慮するLepage 検定では、夏季と冬季で平均値の差および分散値の差の両者について有意性はあまり認められないが、年単位では有意性をもつ地点数が半数をやや越える。

Fig. 30 は地点ごとの期間別・要素別資料に対するジャンプ解析の結果についていくつかの事例を地点別変化図として与える。これらの図において、 p_H と p_L の場合の⑤Ansari-Bradley 検定に基づくジャンプ強度指数 J_{vAB} は理解を容易にするために、正負の符号を逆転して図示している。まず冬季の p_H をみると、 p_H は平均値に関して統計的に有意な正のジャンプをほぼ全地点で与えるが、その強度は関東沿岸領域北東部から瀬戸内海領域西部に向けて漸減する。分散値の差に関しては統計的に有意な特性を表す $J_{vAB} > 1$ の地点がとくに瀬戸内海領域の西部で散見されるが、おおむね0.5~1の値をとる地点が多い。この結果、分散値の差が⑥Lepage 検定に及ぼす影響はそれほど有意でなく、平均値の差および分散値の差の両者に対する⑥Lepage 検定に基づくジャンプ強度指数 J_{Lep} は平均値の差に対する③Wilcoxon 検定に基づくジャンプ強度指数 J_W と同程度の値をとる。

Table 26 Results of jump analyses for season-separated p_H , p_L , U and H data samples.

| elm. Num. | stat. | Index range | Summer | | | | | | Winter | | | | | | Year | | | | | |
|-----------|-------|-------------|---------|---------|------------|------------|-------------|-------------|---------|---------|------------|------------|-------------|-------------|---------|---------|------------|------------|-------------|-------------|
| | | | ① J_t | ② J_W | ③ J_{MW} | ④ J_{VF} | ⑤ J_{VAB} | ⑥ J_{LEP} | ① J_t | ② J_W | ③ J_{MW} | ④ J_{VF} | ⑤ J_{VAB} | ⑥ J_{LEP} | ① J_t | ② J_W | ③ J_{MW} | ④ J_{VF} | ⑤ J_{VAB} | ⑥ J_{LEP} |
| | | | p_H | 61 | full | 0.97 | 0.73 | 0.73 | 0.62 | 1.02 | 0.48 | 2.41 | 2.08 | 2.08 | -0.74 | 0.07 | 2.20 | 1.39 | 1.42 | 1.42 |
| | | full | -0.18 | -0.36 | -0.36 | -0.86 | -0.07 | 0.00 | 1.08 | 0.87 | 0.87 | -1.27 | -1.63 | 1.19 | 0.00 | 0.11 | 0.11 | -1.33 | -1.36 | 0.01 |
| | | $-1 \sim 1$ | 61 | 61 | 61 | 61 | 60 | 61 | 0 | 2 | 2 | 31 | 47 | 0 | 55 | 51 | 51 | 53 | 59 | 61 |
| | | $-1 \sim 1$ | 0.31 | 0.13 | 0.13 | -0.50 | 0.50 | 0.18 | 0.00 | 0.93 | 0.93 | -0.91 | -0.72 | 0.00 | 0.61 | 0.63 | 0.63 | -0.18 | 0.11 | 0.40 |
| | | ≥ 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 61 | 59 | 59 | 0 | 0 | 61 | 6 | 10 | 10 | 0 | 0 | 0 |
| | | ≥ 1 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 1.02 | 0.00 | 1.81 | 1.70 | 1.70 | 0.00 | 0.00 | 1.64 | 1.20 | 1.17 | 1.17 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| | | ≤ -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 30 | 14 | 0 | 0 | 0 | 0 | 8 | 2 | 0 |
| | | ≤ -1 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | -1.10 | -1.18 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | -1.16 | -1.22 | 0.00 |
| | | full | 1.27 | 1.29 | 1.29 | -0.62 | -0.49 | 1.17 | 1.07 | 0.91 | 0.91 | -0.58 | 0.51 | 1.64 | 0.16 | 0.32 | 0.32 | 0.61 | 0.15 | 0.59 |
| | | full | -0.20 | -0.15 | -0.15 | -1.54 | -1.55 | 0.25 | 0.12 | -0.05 | -0.05 | -2.26 | -1.89 | 0.02 | -1.28 | -1.01 | -1.01 | -0.98 | -1.14 | 0.01 |
| | | $-1 \sim 1$ | 56 | 58 | 58 | 24 | 20 | 54 | 60 | 61 | 61 | 27 | 37 | 44 | 59 | 60 | 60 | 61 | 60 | 61 |
| | | $-1 \sim 1$ | 0.54 | 0.48 | 0.48 | -0.87 | -0.83 | 0.59 | 0.56 | 0.44 | 0.44 | -0.75 | -0.29 | 0.22 | -0.44 | -0.36 | -0.36 | -0.60 | -0.51 | 0.27 |
| | | ≥ 1 | 5 | 3 | 3 | 0 | 0 | 7 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 17 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | | ≥ 1 | 1.11 | 1.11 | 1.11 | 0.00 | 0.00 | 0.13 | 1.07 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.35 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| | | ≤ -1 | 0 | 0 | 0 | 37 | 41 | 0 | 0 | 0 | 0 | 34 | 24 | 0 | 2 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| | | ≤ -1 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | -1.29 | -1.22 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | -1.38 | -1.45 | 0.00 | -1.16 | -1.01 | -1.01 | 0.00 | -1.14 | 0.00 |
| | | full | 3.07 | 2.53 | 2.53 | 1.34 | 1.71 | 2.89 | 1.56 | 1.52 | 1.52 | 1.33 | 0.71 | 1.24 | 2.91 | 2.51 | 2.51 | 0.96 | 1.52 | 3.31 |
| | | full | 0.41 | 0.41 | 0.41 | -0.59 | -0.69 | 0.41 | -1.73 | -1.62 | -1.62 | -0.77 | -0.74 | 0.00 | -1.10 | -1.05 | -1.05 | -0.90 | -0.80 | 0.10 |
| | | $-1 \sim 1$ | 16 | 19 | 19 | 50 | 51 | 23 | 47 | 52 | 52 | 50 | 60 | 56 | 28 | 28 | 28 | 60 | 48 | 39 |
| | | $-1 \sim 1$ | 0.71 | 0.66 | 0.66 | 0.33 | 0.22 | 0.67 | 0.33 | 0.30 | 0.30 | 0.30 | 0.11 | 0.25 | 0.17 | 0.12 | 0.12 | 0.31 | 0.28 | 0.49 |
| | | ≥ 1 | 44 | 41 | 41 | 10 | 9 | 37 | 9 | 4 | 4 | 10 | 0 | 4 | 31 | 31 | 31 | 0 | 12 | 21 |
| | | ≥ 1 | 1.83 | 1.69 | 1.69 | 1.19 | 1.32 | 1.53 | 1.31 | 1.44 | 1.44 | 1.19 | 0.00 | 1.12 | 2.06 | 1.88 | 1.88 | 0.00 | 1.17 | 2.45 |
| | | full | 3.26 | 2.65 | 2.65 | 1.54 | 1.49 | 3.20 | 3.31 | 2.69 | 2.69 | 1.41 | 1.00 | 3.34 | 3.43 | 2.51 | 2.51 | 1.49 | 0.82 | 3.82 |
| | | full | -1.60 | -1.47 | -1.47 | -0.52 | -0.86 | 0.03 | -1.82 | -1.97 | -1.97 | -0.73 | -1.00 | 0.08 | -3.47 | -2.89 | -2.89 | -0.96 | -0.55 | 0.25 |
| | | $-1 \sim 1$ | 8 | 10 | 10 | 13 | 13 | 14 | 9 | 10 | 10 | 15 | 17 | 13 | 3 | 3 | 3 | 15 | 17 | 9 |
| | | $-1 \sim 1$ | 0.62 | 0.58 | 0.58 | 0.54 | 0.19 | 0.58 | 0.51 | 0.57 | 0.57 | -0.02 | -0.01 | 0.42 | 0.03 | 0.13 | 0.13 | 0.34 | 0.32 | 0.65 |
| | | ≥ 1 | 8 | 6 | 6 | 4 | 4 | 3 | 7 | 6 | 6 | 2 | 0 | 4 | 13 | 13 | 13 | 2 | 0 | 8 |
| | | ≥ 1 | 1.58 | 1.52 | 1.52 | 1.29 | 1.28 | 2.11 | 1.65 | 1.52 | 1.52 | 1.21 | 0.00 | 1.85 | 1.75 | 1.62 | 1.62 | 1.30 | 0.00 | 2.14 |

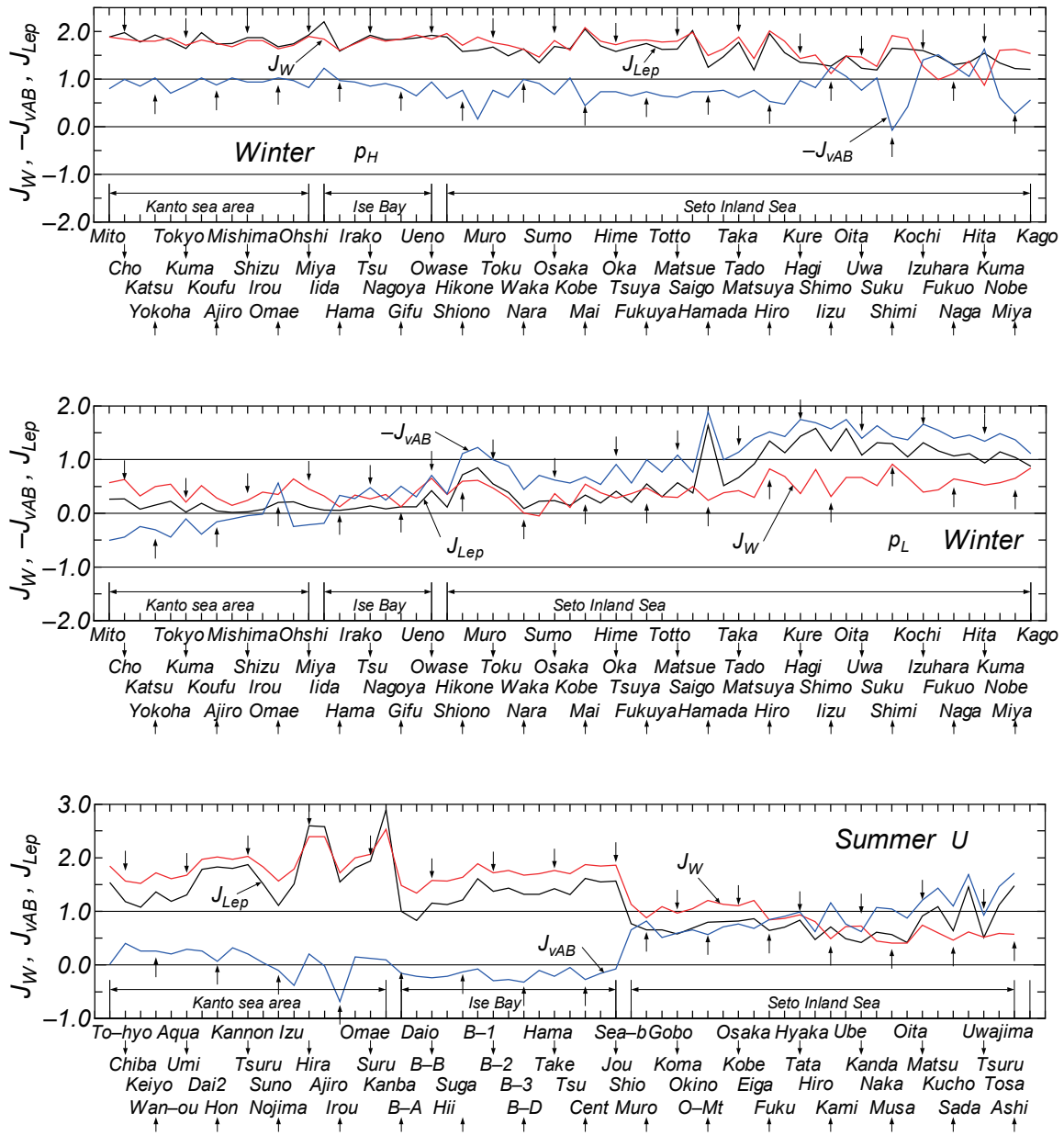


Fig. 30 Spatial variations of jump intensity indices for season-separated p_H , p_L , U and H data samples(1).

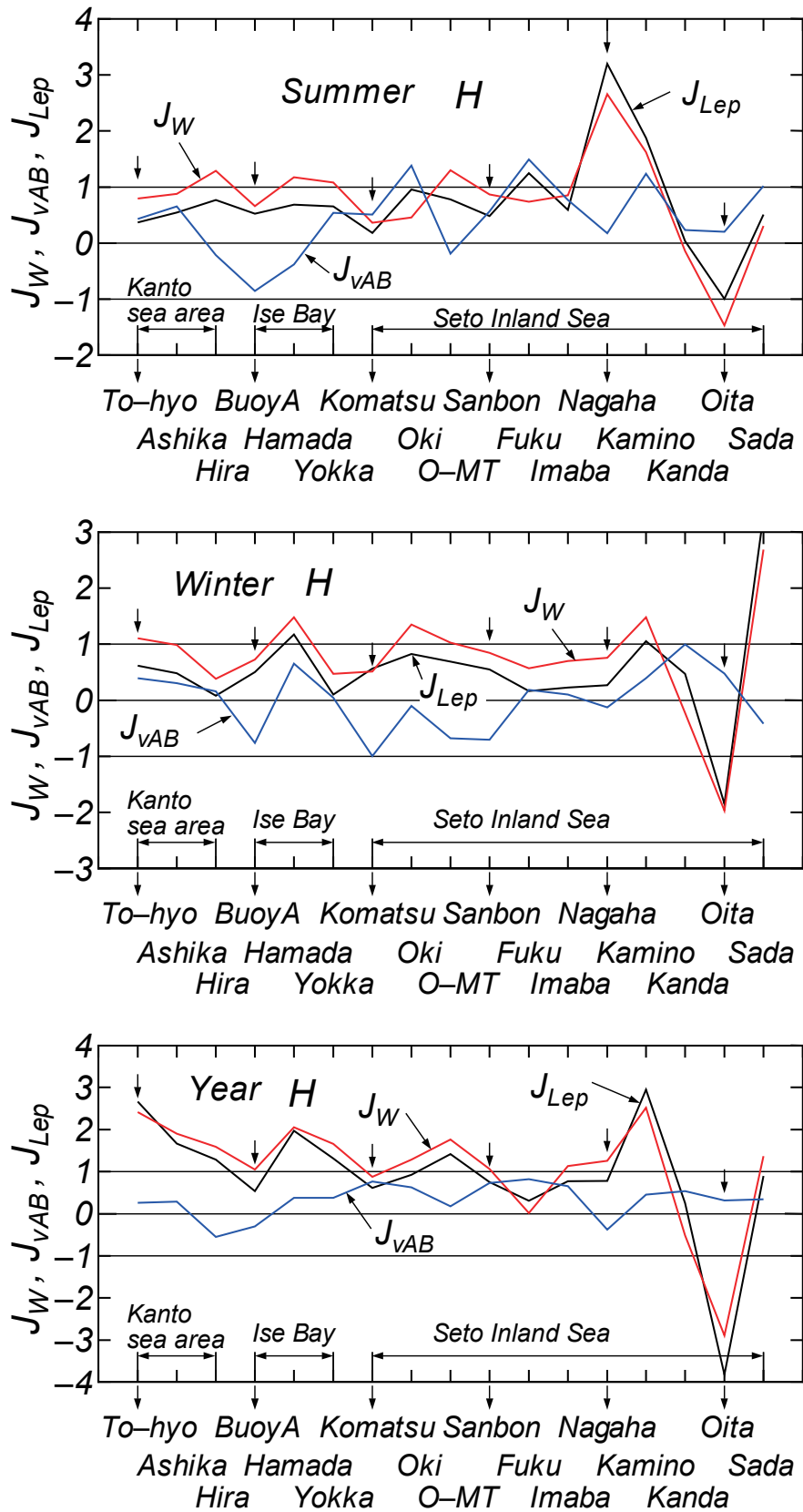


Fig. 30 Spatial variations of jump intensity indices for season-separated p_H , p_L , U and H data samples(2).

冬季の p_L について、③Wilcoxon 検定の J_W は全地点で、⑥Lepage 検定の J_{Lep} も瀬戸内海領域の松江以東の 44 地点でジャンプの存在を示唆しないのに対して、瀬戸内海領域の西郷以西に位置する 17 地点では⑥Lepage 検定の J_{Lep} は 1 を上まわり、有意なジャンプの存在を示す。これは⑤Ansari-Bradley 検定の J_{vAB} の値の地点変化と対応しており、分散値の差が⑥Lepage 検定結果に及ぼす影響を反映している。要するに、西郷以西の地点では分散値の差の影響によって統計的に有意なジャンプが検出される。

夏季の U について、平均値に関する正のジャンプ (J_W) が伊勢湾領域と関東沿岸領域で検出される。これらの領域では $J_{Lep} < J_W$ となり、⑥Lepage 検定においてはジャンプ強度が低く評価されている。瀬戸内海領域でも同様の挙動を与えるが、四国西部では分散値の差の考慮により $J_{Lep} > J_W$ となつて J_{Lep} が 1 を若干越える地点も出現する。しかし、全体としては関東沿岸領域と伊勢湾領域で正のジャンプが検出されるが、瀬戸内海領域ではジャンプがほとんど検出されないという両領域を境目とする不連続的变化が見出される。

ついで、夏季の波高についてみると、今治以東の 12 地点では J_W は 1 前後の値をとる。 J_{Lep} もこれよりやや小さい値を与え、分散値の差の考慮が負側に作用している。一方、長浜と上関では強い正のジャンプが、大分では J_{Lep} (負符号に変換) に-1 前後のジャンプがみられ、地点間の変化が著しい。これは、各地点の地理的状況、すなわち卓越風の風向と吹送距離の関係に依存していると推測される。なお、大分では 1986 年以前に比べて 1987 年以降の夏季の上位 1/3 平均波高の年変化がかなり小さくなっている挙動が $J_{vAB} \approx -1.5$ という値から推測される。これは冬季や年単位でも言える。

冬季の波高についても夏季と同様の挙動がみられるが、長浜ではジャンプの存在がなくなり、大分では平均値に関して負のジャンプが強化される。このケースでも分散値の考慮はジャンプ強度指数を低下させる方向 ($J_{Lep} < J_W$) に作用する。

年別の波高については、分散値の差の考慮はジャンプ強度指数の低下に寄与するものの、平均値に関して、より強いジャンプの存在が地点別 J_W の値によって示唆される。長浜と大分では主として平均値に関して正と負の強いジャンプがみられる。要するに、年別資料でみれば、平均値に関するジャンプの存在が一層強く示唆される。

以上のように、期間 (夏, 冬, 年) 別の各要素 (p_H, p_L, U, H) 資料について得た傾向変動およびジャンプの特性はかなり類似している。Fig. 31 は Mann-Kendall 検定による傾向変動強度指数 I_{MK} と平均値の差に関する Mann-Whitney 検定によるジャンプ強度指数 J_{MW} との関係あるいは I_{MK} と平均値の差および分散値の差を合わせた Lepage 検定によるジャンプ強度指数 J_{Lep} との関係ならびに J_{MW} と J_{Lep} の関係を要素別に示す。図ではそれぞれの機能を明確にするため、各強度指数を $I_{MK}(trend)$, $J_{MW}(m - jump)$, $J_{Lep}(m + \sigma - jump)$ と表した。また、 J_{Lep} の符号は J_{MW} の符号と同一とした。各図によれば、 I_{MK} と J_{MW} , I_{MK} と J_{Lep} , J_{MW} と J_{Lep} の関係は原点を通るほぼ 45°直線で近似され、各相関係数も示唆するように、非常に高い直線性を与える。もちろん細部でみれば、 I_{MK} , J_{MW} , J_{Lep} の値はそれぞれ異なるけれども、概略値としては、各期間 (夏, 冬, 年), 各要素 (p_H, p_L, U, H) について相互に一致 ($I_{MK} \approx J_{MW} \approx J_{Lep}$) するとみなされる。このことから、期間別各要素資料は一方向的な増加・減少傾向というよりも 1986~1987 年を境目とするジャンプの特性をもつと言えよう。

一方、Table 27 は全地点平均した期間 (夏, 冬, 年) 別要素 (p_H, p_L, U, H) の無次元偏差資料 $\hat{p}_j(t)$ と元の無次元偏差資料に対する EOF 解析で得た第 1, 第 2, 第 3 モード時間係数 $C_1(t)$, $C_2(t)$, $C_3(t)$ のジャンプ解析の結果をそれぞれ平均値の差に対する Mann-Whitney 検定, 分散値の差に対する Ansari-Bradley 検定, 両者に対する Lepage 検定に基づくジャンプ強度指数 J_{MW} , J_{vAB} , J_{Lep} の一覧として与える。 $C_1(t)$ と $C_3(t)$ に対する符号の変化は冬季の p_H 資料と U 資料および夏, 冬, 年別の H 資料を除く各資料について行っている。この場合、 J_{MW} の符号は逆転するが、 J_{vAB} と J_{Lep} の符号は変わらない。ただし、これを用いた作図では J_{Lep} の符号は J_{MW} の符号に合致させる。 $\hat{p}_j(t)$ と $C_1(t)$ に対する各強度指数

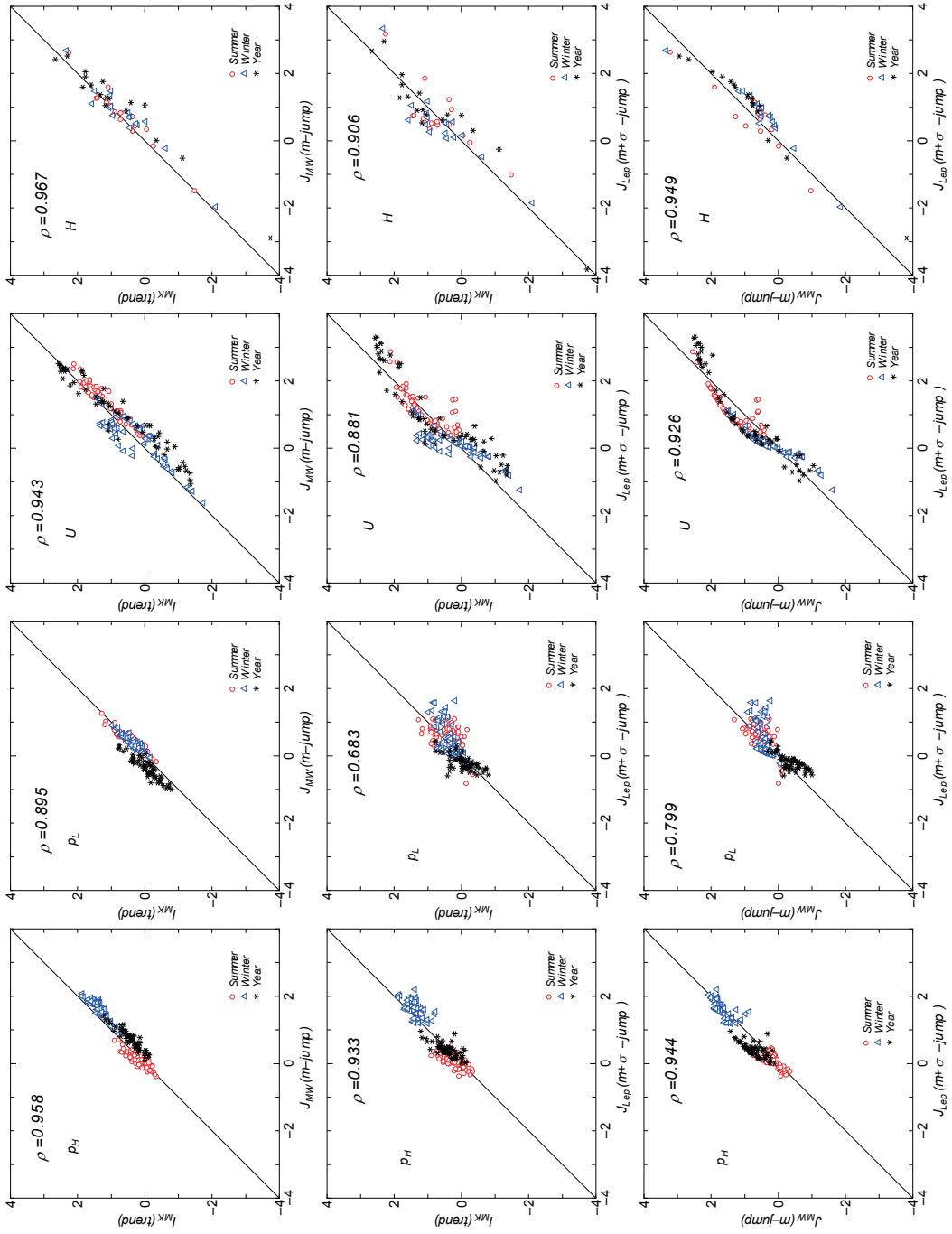


Fig. 31 Mutual relationship among trend intensity index I_{MK} , jump intensity indices J_{MW} and J_{Leq} for any of seasons-separated p_H , p_L , U and H .

Table 27 Jump intensify indices J_{MW} , J_{vAB} , J_{Lep} based on any of Mann-Whitney Ansari-Bradley and Lepage statistical tests for all site-averaged dimensionless deviation data sample $\hat{p}_j(t)$ and time coefficients $C_1(t)$, $C_2(t)$, $C_3(t)$ in any case of season-grouped p_H , p_L , U , H data samples.

(jump, Summer)

| elm. | $\hat{p}_j(t)$ | | | $C_1(t)$ | | | $C_2(t)$ | | | $C_3(t)$ | | |
|-------|----------------|--------------|-------------|-------------|--------------|-------------|----------|-----------|-----------|----------|-----------|-----------|
| | J_{MW} | J_{vAB} | J_{Lep} | J_{MW} | J_{vAB} | J_{Lep} | J_{MW} | J_{vAB} | J_{Lep} | J_{MW} | J_{vAB} | J_{Lep} |
| Sum. | | | | | | | | | | | | |
| p_H | 0.10 | 0.82 | 0.31 | 0.07 | 0.88 | 0.35 | -0.06 | -0.05 | 0.00 | 1.26 | 0.85 | 1.04 |
| p_L | 0.50 | -1.05 | 0.61 | 0.53 | -1.05 | 0.63 | 0.47 | -0.94 | 0.50 | -0.21 | -0.24 | 0.05 |
| U | 1.69 | 0.54 | 1.42 | 1.65 | 0.62 | 1.40 | 0.81 | 0.79 | 0.58 | -1.02 | -0.24 | 0.50 |
| H | 0.88 | 0.43 | 0.43 | 0.75 | -0.10 | 0.26 | 0.67 | -0.21 | 0.22 | -0.41 | 1.21 | 0.74 |

(jump, Winter)

| elm. | $\hat{p}_j(t)$ | | | $C_1(t)$ | | | $C_2(t)$ | | | $C_3(t)$ | | |
|-------|----------------|-----------|-------------|-------------|--------------|-------------|----------|-----------|-----------|----------|-----------|-----------|
| | J_{MW} | J_{vAB} | J_{Lep} | J_{MW} | J_{vAB} | J_{Lep} | J_{MW} | J_{vAB} | J_{Lep} | J_{MW} | J_{vAB} | J_{Lep} |
| Win. | | | | | | | | | | | | |
| p_H | 1.77 | -0.91 | 1.80 | 1.79 | -1.00 | 1.89 | 0.74 | -0.63 | 0.43 | -0.77 | 0.15 | 0.28 |
| p_L | 0.57 | -0.97 | 0.57 | 0.52 | -0.91 | 0.50 | 0.03 | -0.66 | 0.20 | 0.74 | -0.13 | 0.26 |
| U | 0.56 | 0.18 | 0.16 | 0.57 | -0.24 | 0.17 | 0.00 | 0.23 | 0.03 | -2.42 | 0.26 | 2.67 |
| H | 1.20 | 0.01 | 0.65 | 1.06 | -0.49 | 0.62 | -2.17 | 0.49 | 2.22 | 2.26 | 0.57 | 2.46 |

(jump, Year)

| elm. | $\hat{p}_j(t)$ | | | $C_1(t)$ | | | $C_2(t)$ | | | $C_3(t)$ | | |
|-------|----------------|-----------|-------------|-------------|-----------|-------------|----------|-----------|-----------|----------|-----------|-----------|
| | J_{MW} | J_{vAB} | J_{Lep} | J_{MW} | J_{vAB} | J_{Lep} | J_{MW} | J_{vAB} | J_{Lep} | J_{MW} | J_{vAB} | J_{Lep} |
| year | | | | | | | | | | | | |
| p_H | 0.82 | 0.32 | 0.35 | 0.87 | 0.29 | 0.38 | 0.00 | -0.27 | 0.03 | -0.50 | -1.16 | 0.73 |
| p_L | -0.38 | -0.52 | 0.19 | -0.38 | -0.63 | 0.25 | 0.00 | -0.27 | 0.03 | 0.91 | 0.49 | 0.48 |
| U | 1.55 | 0.21 | 1.11 | 1.84 | 0.40 | 1.61 | -0.22 | 1.07 | 0.54 | -2.17 | 0.32 | 2.16 |
| H | 1.55 | 0.04 | 1.09 | 1.62 | -0.21 | 1.21 | -2.26 | 0.40 | 2.39 | 1.84 | 0.96 | 1.95 |

(J_{MW} , J_{vAB} , J_{Lep}) は相互によく符合するが、Table 18 において相関係数が相対的に 1 よりやや離れる U 資料と H 資料の場合、分散値の差に対応する J_{vAB} においてやや差が目立つ。また、 $\hat{p}_j(t)$ あるいは $C_1(t)$ に関して統計的に有意なジャンプ (J_{MW} , J_{Lep}) が夏季では U 資料、冬季では p_H 資料および H 資料 (J_{Lep} を除く)、年別では U 資料と H 資料に見出される。分散値の差 (J_{vAB}) に関しても夏季の p_L 資料、冬季の p_H 資料に負値 (後半年代における資料の変動幅の減少) として現れるが、Lepage 検定の結果にはあまり影響していない。しかし、冬季の H 資料では $J_{MW} = 1.06$, $J_{vAB} = -0.49$, $J_{Lep} = 0.62$ となって、平均値の差に関して検出された正のジャンプが、平均値と分散値の両者の差に関する Lepage 検定では失われていることから、Lepage 検定の結果に及ぼす分散値の差の影響がみられる。

Table 26 に記載した個々の地点における期間別各要素資料に対するジャンプ強度指数の集計地点数によれば、統計的に有意なジャンプが夏季の U 資料では全対象地点の 2/3 の地点で、冬季の p_H 資料ではほぼ全地点で、冬季の H 資料では 1/3 強の地点で、年別の U 資料で 1/2 以上の地点で、年別の H 資料で 3/4 の地点 (ただし、 J_{Lep} では 1/2 の地点) で検出されることから、Table 26 の結果と整合する。

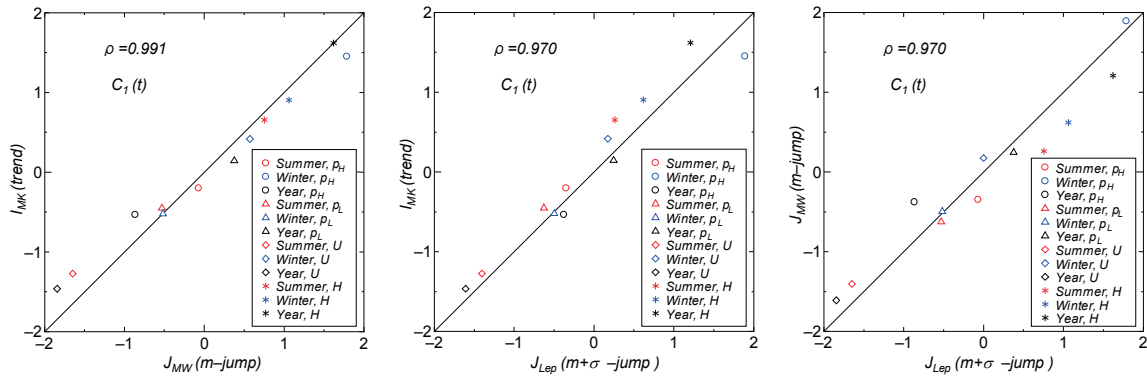


Fig 32 Mutual relationship among trend intensify index I_{MK} , jump intensify indices J_{MW} and J_{Lep} for any of 1st mode time coefficient $C_1(t)$

なお、傾向変動解析の場合と同様に、 $C_2(t)$ 、 $C_3(t)$ の役割はほぼ無視しうることから、議論の対象としない。

Fig. 32は期間（夏，冬，年）別要素（ p_H ， p_L ， U ， H ）に対するEOF解析から得た第1モードの時間係数 $C_1(t)$ に基づく傾向変動強度指数 I_{MK} とジャンプ強度指数 J_{MW} ， J_{Lep} の間の相互関係を与える。ただし、 J_{Lep} の場合は J_{MW} の符号に合致させている。各データを期間や要素の種類によらず同一の図にプロットしているが、それぞれの関係は原点を通るほぼ45°直線で近似されることから、概略値として $J_{MW} \approx J_{vAB} \approx J_{Lep}$ (or $< J_{Lep}$)が成立するとみなされよう。したがって、期間別各要素から得られた第1モード時間係数 $C_1(t)$ には、一方向的な増加少傾向よりもむしろ、1986~1987年を境とする正のジャンプが含まれると考えられる。

Table 28は期間別（夏季，冬季，年）に分類した9種類の気候変動指標に対するジャンプ解析結果の一覧を示す。平均値の差に関しては、これに係わる強度指数（ J_t ， J_W ， J_{MW} ）の間にあまり差はないが、分散値に係わる強度指数（ J_{vF} と J_{vAB} ）の間には有意な差があるケースもいくつか見出される。まず、平均値に関して、強い正のジャンプが検出されるのは強度順に冬季の⑧NAOと⑤WP、ついで冬季の③AOI、夏季の④PDO、年単位の③AOIと④PDO、負のジャンプが検出されるのは夏季の⑤WPである。その他、年単位の①MEIには統計的に有意な弱いジャンプが検出され、夏季の①MEIや年単位の⑧NAOでは有意水準5%とする統計的有意性の境目に当たるジャンプの存在が示唆される。Fig. 29に与えた夏季の④PDO、冬季の⑧NAO、冬季の⑤WPには、部分期間資料の平均値に関して正のジャンプ、夏季の⑤WPには負のジャンプが見出されるけれども、部分期間で各資料値が増加傾向あるいは減少傾向をもつケースもあることから、一概にジャンプの存在を指摘するのが適切か否かの問題も残る。一方、分散値については、統計的に有意な負のジャンプ（ $J_{vAB}=-1.55$ ）を示すのは冬季の⑥PNAであり、これが正負を問わず唯一の例である。この場合にはもう1つの指数は $J_{vF}=-1.21$ を与え、前記の結果を支持する。Fig. 29に示したように、部分期間資料の分散値の差は大きいようにみえるけれども、検定では統計的に有意な分散値の差はほとんど検出されない。Fig. 29でみたように、前半期間における各指標の経年変動は後半期間におけるものより大きい傾向にあることから、分散値の差は負値（後半期間の値-前半期間の値）を与え、結果的に強度指数 J_{vF} や J_{vAB} は負値をとるケースも少なくない。

平均値の差と分散値の差の両者に関する統計的有意性を示す J_{Lep} をみると、 J_{Lep} が1を越えるケースは冬季の⑤WP，⑧NAOおよび⑥PNAの3ケースである。前2者のケースでは平均値の差の寄与が大きいのに対して、後者の⑥PNAでは分散値の差の寄与が平均値の差の寄与を上まわる。また、

Table 28 Results of jump analyses for season-separated climate change indices.

| CCI | Summer | | | | | | Winter | | | | | | Year | | | | | |
|------|---------|---------|------------|------------|-------------|-------------|---------|---------|------------|------------|-------------|-------------|---------|---------|------------|------------|-------------|-------------|
| | m | | | σ | | | m | | | σ | | | m | | | σ | | |
| | ① J_t | ② J_W | ③ J_{MW} | ④ J_{vF} | ⑤ J_{vAB} | ⑥ J_{Lep} | ① J_t | ② J_W | ③ J_{MW} | ④ J_{vF} | ⑤ J_{vAB} | ⑥ J_{Lep} | ① J_t | ② J_W | ③ J_{MW} | ④ J_{vF} | ⑤ J_{vAB} | ⑥ J_{Lep} |
| ①MEI | 1.02 | 0.92 | 0.92 | -0.50 | 0.76 | 0.65 | 0.70 | 0.70 | 0.70 | 0.50 | 0.05 | 0.22 | 1.15 | 1.05 | 1.05 | 0.49 | 0.30 | 0.54 |
| ②NPI | -0.13 | -0.25 | -0.25 | 0.72 | 0.50 | 0.15 | -0.29 | -0.36 | -0.36 | -0.80 | 0.70 | 0.29 | -0.70 | -0.79 | -0.79 | -0.64 | 0.51 | 0.41 |
| ③AOI | 0.57 | 0.56 | 0.56 | 0.93 | 0.05 | 0.14 | 1.65 | 1.42 | 1.42 | 0.59 | 0.28 | 0.97 | 1.39 | 1.26 | 1.26 | 0.78 | 0.20 | 0.73 |
| ④PDO | 1.44 | 1.42 | 1.42 | 0.70 | 0.33 | 0.97 | 0.64 | 0.63 | 0.63 | -0.48 | 0.23 | 0.21 | 1.26 | 1.24 | 1.24 | 0.53 | 0.17 | 0.71 |
| ⑤WP | -1.39 | -1.26 | -1.26 | 0.75 | 0.09 | 0.72 | 1.91 | 1.80 | 1.80 | -0.84 | 0.40 | 1.54 | 0.00 | -0.07 | -0.07 | 0.57 | 0.19 | 0.02 |
| ⑥PNA | 0.34 | 0.39 | 0.39 | -0.73 | 0.81 | 0.38 | 0.80 | 0.75 | 0.75 | -1.21 | 1.54 | 1.35 | 0.83 | 0.92 | 0.92 | 0.52 | 0.61 | 0.56 |
| ⑦SOI | -0.77 | -0.77 | -0.77 | -0.48 | 0.02 | 0.27 | -0.44 | -0.54 | -0.54 | 0.49 | 0.64 | 0.33 | -0.83 | -0.87 | -0.87 | 0.63 | 0.78 | 0.62 |
| ⑧NAO | -0.39 | -0.32 | -0.32 | -0.56 | 0.56 | 0.20 | 2.11 | 1.83 | 1.83 | -0.75 | 0.00 | 1.51 | 0.99 | 1.02 | 1.02 | -0.50 | 0.62 | 0.65 |
| ⑨ONI | 0.33 | 0.47 | 0.47 | 0.74 | 0.39 | 0.17 | 0.25 | 0.43 | 0.43 | 0.60 | 0.30 | 0.13 | 0.33 | 0.39 | 0.39 | 0.72 | 0.60 | 0.12 |

夏季の④PDO と冬季の③AOI のケースではそれぞれ $J_{Lep}=0.97$ と 1 に近いが、統計的有意性は保障されない。平均値の差と分散値の差の両者を含めた形でのジャンプの検討は、有意性の検出という観点からは平均値の差に対する検定結果と比べてかなり厳しい判定結果になっているようである。

Fig. 33 は期間（夏，冬，年）別の 9 気候変動指標に対して得た傾向変動強度指数 I_{MK} （Mann-Kendall 検定）、平均値の差に対するジャンプ強度指数 J_{MW} （Mann-Whitney 検定）および平均値の差と分散値の差に対するジャンプ強度指数 J_{Lep} （Lepage 検定）の間の相互関係を示す。 I_{MK} と J_{Lep} の間にやや隔たりがあるものの、 I_{MK} と J_{MW} および J_{MW} と J_{Lep} の間には原点を通る 45°直線で近似される強い直線関係が与えられる。すなわち、 $I_{MK} \approx J_{MW} \approx J_{Lep}$ が示唆される。したがって、各要素（ p_H , p_L , U , H ）資料の場合と同様に、気候変動指標にも一方向的な増加・減少傾向よりも 1986~1987 年を境目としたジャンプの存在が示唆されるようにみえるけれども、期間別気候変動指標の経年変動には 10 年以上の周期的変動が含まれることから、ジャンプの存在を断定するのは早計であろう。

なお、Table 29 は期間（夏，冬，年）別の 9 気候変動指標に対する Mann-Kendall 検定に基づく傾向変動強度指数 I_{MK} と期間別の p_H , p_L , U , H 資料に対して地点別に得た Mann-Kendall 検定に基づく傾向変動強度指数 I_{MK} の全地点平均値および標準偏差（CCI①MEI と②NPI 欄の第 1 行目と第 2 行目）の一覧を示す。同じ期間で p_H , p_L , U , H に対する傾向変動強度指数の情報は平均値および標準偏差として各 1 つ得られるだけであるので、それぞれの気候変動指標（①MEI~⑨ONI）に対応する p_H , p_L , U , H の平均傾向変動強度指数と標準偏差は同一である。また、③AOI の表には EOF 解析により得た第 1 モードの時間係数 $C_1(t)$ の傾向変動強度指数（ I_{MK} , *印, Table 29）およびジャンプ強度指数（ J_{MW} , *印, 次の Table 30）を与える。これらの数値は、とくに p_H , p_L 資料の場合に平均の各強度指数に近い。また、Table 30 は Mann-Whitney 検定より得たジャンプ強度指数 J_{MW} について Table 29 と同様の一覧を与える。現段階では、これらの表から期間（夏，冬，年）別の各気候変動指標の傾向変動強度指数 I_{MK} およびジャンプ強度指数 J_{MW} と p_H , p_L , U , H に関するこれらの平均の強度指数やその標準偏差、あるいは 4 つの要素に対する EOF 解析から得た第 1 モードの時間係数 $C_1(t)$ の各強度指数との系統的な関係を伺い知れないけれども、将来の新たな展開を期して整理表の形で掲載しておく。

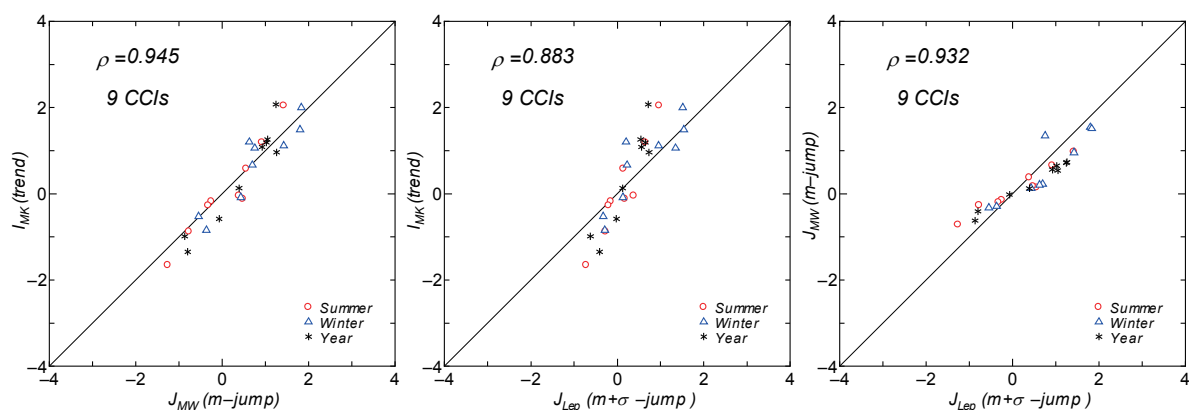


Fig. 33 Mutual relationship among trend intensify index I_{MK} , jump intensify indices J_{MW} and J_{Lep} for any of seasons-separated 9 climate change Indices(CCI).

Table 29 A list of all site-average of trend intensify index I_{MK} based on Mann-Kendall test for any of season-sepataed p_H , p_L , U and H , and corresponding trend intensify index for each of season-separated 9 CCI's.

| CCI | Summer | | | | | Winter | | | | | Year | | | | |
|------|--------------|-------|-------|-------|-------|--------------|-------|-------|-------|-------|--------------|-------|--------|-------|-------|
| | I_{MK} | p_H | p_L | U | H | I_{MK} | p_H | p_L | U | H | I_{MK} | p_H | p_L | U | H |
| ①MEI | 1.19 | 0.20 | 0.43 | 1.08 | 0.66 | 0.67 | 1.40 | 0.42 | 0.21 | 0.59 | 1.26 | 0.41 | -0.06 | 0.76 | 0.81 |
| | | 0.29 | 0.37 | 0.59 | 0.79 | | 0.23 | 0.25 | 0.78 | 0.94 | | 0.31 | 0.37 | 1.28 | 1.47 |
| ②NPI | -0.18 | 0.20 | 0.43 | 1.08 | 0.66 | -0.84 | 1.40 | 0.42 | 0.21 | 0.59 | -1.34 | 0.41 | -0.06 | 0.76 | 0.81 |
| | | 0.29 | 0.37 | 0.59 | 0.79 | | 0.23 | 0.25 | 0.78 | 0.94 | | 0.31 | 0.37 | 1.28 | 1.47 |
| ③AOI | 0.58 | 0.20* | 0.45* | 1.27* | 0.65* | 1.12 | 1.45* | 0.52* | 0.42* | 0.90* | 0.96 | 0.54* | -0.14* | 1.46* | 1.62* |
| ④PDO | 2.05 | | | | | 1.20 | | | | | 2.07 | | | | |
| ⑤WP | -1.65 | | | | | 1.49 | | | | | -0.58 | | | | |
| ⑥PNA | -0.05 | | | | | 1.06 | | | | | 1.08 | | | | |
| ⑦SOI | -0.88 | | | | | -0.52 | | | | | -0.99 | | | | |
| ⑧NAO | -0.27 | | | | | 2.00 | | | | | 1.19 | | | | |
| ⑨ONI | -0.12 | | | | | -0.08 | | | | | 0.13 | | | | |

Table 30 A list of all site-average of jump intensify index J_{MW} based on Mann-Whitney test for any of season-separated p_H , p_L , U and H , and corresponding jump intensify index for each of season-separated 9 CCI's.

| CCI | Summer | | | | | Winter | | | | | Year | | | | |
|------|--------------|-------|-------|-------|-------|--------------|-------|-------|-------|-------|--------------|-------|-------|-------|-------|
| | J_{MW} | p_H | p_L | U | H | J_{MW} | p_H | p_L | U | H | J_{MW} | p_H | p_L | U | H |
| ①MEI | 0.92 | 0.13 | 0.51 | 1.37 | 0.79 | 0.70 | 1.68 | 0.44 | 0.27 | 0.76 | 1.05 | 0.72 | -0.37 | 1.01 | 1.09 |
| | | 0.23 | 0.28 | 0.57 | 0.82 | | 0.25 | 0.20 | 0.67 | 0.91 | | 0.30 | 0.32 | 1.05 | 1.24 |
| ②NPI | -0.25 | 0.13 | 0.51 | 1.37 | 0.79 | -0.36 | 1.68 | 0.44 | 0.27 | 0.76 | -0.79 | 0.72 | -0.37 | 1.01 | 1.09 |
| | | 0.23 | 0.28 | 0.57 | 0.82 | | 0.25 | 0.20 | 0.67 | 0.91 | | 0.30 | 0.32 | 1.05 | 1.24 |
| ③AOI | 0.56 | 0.07* | 0.53* | 1.65* | 0.75* | 1.42 | 1.79* | 0.52* | 0.57* | 1.06* | 1.26 | 0.87* | 0.38* | 1.84* | 1.62* |
| ④PDO | 1.42 | | | | | 0.63 | | | | | 1.24 | | | | |
| ⑤WP | -1.26 | | | | | 1.80 | | | | | -0.07 | | | | |
| ⑥PNA | 0.39 | | | | | 0.75 | | | | | 0.92 | | | | |
| ⑦SOI | -0.77 | | | | | -0.54 | | | | | -0.87 | | | | |
| ⑧NAO | -0.32 | | | | | 1.83 | | | | | 1.02 | | | | |
| ⑨ONI | 0.47 | | | | | 0.43 | | | | | 0.39 | | | | |

4. 結 語

本研究で行ったわが国の内湾・内海における45年間の気圧・風速・波高資料に対する種々の解析から、つぎの知見が得られる。

- (1) 期間(夏季, 冬季, 年)別・要素(p_H , p_L , U , H)別資料のスペクトルは、概略において4つのピーク周期帯(2.3~2.7年, 2.9~3.5年, 4.8~7年, 8~22年)から構成されるが、細部においては期間ごと、要素ごとにピーク周期(年)と相当するスペクトル値の順位を変える。
- (2) 夏季と冬季における9種類の気候変動指標のスペクトルは概略で2.2~2.8年, 3.1~3.7年, 4.9~6.3年, 11~22年の4つの周期帯でピークをもち、スペクトルの第1位は4.9~6.3年の周期帯に入るケースが多い。これらの周期帯は要素別資料に基づく周期帯とおおむね重なる。
- (3) 9種類の気候変動指標の月別資料に対するスペクトルの形状は、(i)①MEI, ⑨ONI, ⑦SOI, (ii)②NPI, ⑤WP, (iii)③AOI, ⑧NAO, ⑥PNA, (iv)④PDO, の4タイプに分類される。この中で(ii)タイプの②NPIはその時系列から明らかのように、非常に突出した1年周期成分をもつ。
- (4) 気圧およびこれから傾度風近似で求められた風速は数百kmの範囲で有意な地点間相関を与え、とくに地点間距離が200km以内で相関係数 ρ は0.9を越える。波高については、外洋性波浪の影響を受ける地点間および方向別対岸距離の分布特性が類似する内海・内湾部の地点間で相関係数は有意な値を示す。
- (5) 気圧(p_H , p_L)間の相関については1年周期の変動を含む月別資料に対して相関係数は0.70~0.94を与え、西側地点ほど高い。また、平均値からの偏差を表す夏季, 冬季, 月別の各資料に対しても相関係数は0.4~0.6をとり、相関はある程度有意であるが、年別資料に対しては低い。一方、風速と波高の間の相関は、外洋性波浪の影響を受ける地点で低く、内海・内湾に位置する地点で相対的に高いが、小松島や東京灯標のように例外地点もみられる。また、風速と波高の相関係数の大きさは月別残差資料, 年別資料, 月別資料の順に小さくなる。
- (6) 9種類の気候変動指標の間には大なり小なり有意な相関が認められる。とくに、①MEIと⑨ONIと⑦SOIの間に期間分類(夏季, 冬季, 年, 月)によらず、②NPIと⑥PNAの間に冬季と年単位でかなり強い相関がある。重回帰解析は各気候変動指標が基本的には他の気候変動指標との間で単相関の関係にあることを示唆する。ただし、⑤WPは他の気候変動指標への弱い依存性しか示さない、かなり独立性の強い気候変動指標である。
- (7) 期間別地点別の各要素と気候変動指標との間で相関係数の最大値を与える気候変動指標は夏季, 冬季, 年別資料ではおおむね⑤WP(冬季に強い傾向), 月別資料では全面的に②NPIである。また、最大の相関係数を与える気候変動指標は各領域で異なり、一貫した領域依存性を示さない。
- (8) EOF解析によれば、期間(夏季, 冬季, 年, 月)別 p_H , p_L 資料の分散値を第1モードで80%以上、第2モードまでで93%以上説明できる。 U 資料では第1モードで47~63%, 第2モードまでで69~83%と低下するものの、その割合は有意である。 H 資料では夏季, 冬季, 年別の期間ではそれぞれ66~72%および78~84%と寄与率が上昇するが、月別では33%および55%とかなり低くなる。これは外洋からの伝播波浪や内湾・内海発生波浪など多様な波浪の特性によると推測される。
- (9) 期間別各要素についての時間係数 $C_n(t)$ のうち、第1モード $C_1(t)$ の振幅が圧倒的に大きい。 $C_n(t)$ のスペクトルには3年前後の周期でピーク値をとるケースが多く、周期6~8年にピークをとるケースもある。
- (10) 期間別各要素について時間係数 $C_n(t)$ は2つの気候変動指標との間で、ある程度以上の有意な重相関関係にあるが、とくに冬季では、 p_H 資料と H 資料について第1モード $C_1(t)$ 、 p_L 資料について第2モード $C_2(t)$ で0.6を上まわる比較的大きい重相関係数が得られる。しかし、この場合の説明変数の種類はケースごとに異なり、あまり一貫しない。

(11)気圧 (p_H, p_L) 資料についての固有関数 $e_n(x)$ のうち、第1モード $e_1(x)$ は関東沿岸北東部から瀬戸内海西部にかけてほぼ一定の値か、あるいは緩やかな直線的变化、第2モード $e_2(x)$ は有意な増加または減少傾向(増加・減少は期間と種類による)、第3モード $e_3(x)$ は上下の変動を伴う。 U 資料については、 $e_1(x)$ には潮岬を、 $e_2(x)$ には伊勢湾領域のブイAを、 $e_3(x)$ には潮岬をそれぞれ境とする不連続的变化がみられる。 H 資料については系統的な地点変化は定かでない。第3モード $e_3(x)$ のスペクトルピーク地点数(繰り返し間隔)は8地点前後や12地点という比較的多い地点数(長い距離)をとるケースのほか2.7年前後をとるケースもある。

(12)時間係数の第1モード $C_1(t)$ の定数倍値 $aC_1(t)$ と全地点平均した無次元偏差 $\hat{p}(t)$ は期間(夏季, 冬季, 年, 月)や要素(p_H, p_L, U, H)によらず、ほぼ一致する。一致の度合は $p_H \cdot p_L$ 資料で高く、 U 資料、 H 資料の順にやや低下する。ただし、月別 H 資料のケースでは、相関係数が0.85と相対的にやや低く、他のケースより一致度が若干劣る。これは各資料に対するEOF解析結果の特性を反映する。また、定数 a は期間や要素ごとに絶対値と符号を変える。

(13)固有関数の第1モード $e_1(x)$ と地点別の無次元偏差資料の標準偏差 $\sigma_i(x)$ との間に有意な相関が期間(夏季, 冬季, 年)別の各要素(p_H, p_L, U, H)について認められる。とくに、冬季では相関係数は U 資料についての $\rho = 0.78$ を除いて0.94を上まわる。第2モード $e_2(x)$ についても高い相関が認められるケースもある。同様に、 $e_1(x)$ あるいは $e_2(x)$ と地点別の無次元偏差資料のskewness $\beta_i(x)$ との相関が有意なケース(たとえば冬季の p_H, p_L 資料)も見出される。

(14)3種類の検定法(①片側 t 検定, ②鈴木によるトレンド示数法, ③Mann-Kendall検定法)を用いた期間(夏季, 冬季, 年)別各要素資料に対する傾向変動解析により、正の傾向変動を示す冬季の p_H 資料を除いて、 $p_H \cdot p_L$ 資料に有意な傾向変動が検出されないこと、夏季と年単位の U 資料には正の傾向変動が1/2強の地点で、冬季資料には「傾向変動なし」の地点が1/2強の地点で見出されること、さらに夏季と冬季の H 資料には「傾向変動なし」の地点が1/2強の地点で、年単位の資料には正の傾向変動が2/3地点で認められることが表の形で明らかにされた。これは山口ら^{[3],[5]}の結果を裏付ける結果である。

(15)期間別各要素資料に対するEOF解析に基づく第1モードの時間係数 $C_1(t)$ についての傾向変動の解析結果は各資料に対する解析結果の対象地点についての集合体(地点数)の特性と整合する。すなわち、前者で有意な傾向変動が特定される場合には同様の傾向をもつ集合体に寄与する地点数が多くなる。

(16)9種類の気候変動指標に対する傾向変動解析によれば、夏季と年単位のPDOや冬季のNAOに有意な正の傾向変動が、夏季と冬季のWPにそれぞれやや有意な負と正の傾向変動が認められるが、それ以外のケースではごく弱い傾向変動か、「傾向変動なし」の結果が得られる。ただし、気候変動指標は長い年周期成分の上に短い年周期成分が乗った形で変動を繰り返す傾向をもつことから、限られた期間の資料に基づいて傾向変動の有意を議論すること自体に問題が残るかもしれない。

(17)平均値の差でみれば、期間別 p_H, p_L 資料のうち正のジャンプを示す冬季の p_L 資料を除いて、ジャンプの存在は示唆されない。 U 資料に関して冬季にはジャンプは検出されないが、夏季には全地点の約2/3地点、年単位の資料には約1/2の地点で正のジャンプが認められ、それ以外の地点では見出されない。 H 資料に関して夏季と冬季に1/2弱の地点でジャンプが検出され、残りの1/2強の地点でジャンプが認められない。年単位では正のジャンプが約4/5地点で検出される。分散値の差についてジャンプ解析の結果は平均値の差についての結果と必ずしも整合しないことから、両者の影響を考慮するLepage検定の結果では、ジャンプが認められない地点数が平均値の差に対する「ジャンプあり」の地点数と変わらないか、むしろ減少するケースあるいは増加するケースに分かれる。Lepage検定により正のジャンプの存在が示唆されるのは冬季の p_H 資料、夏季の U 資料(約3/5の地点)と年単位の U 資料(約1/3の地点)、年単位の H 資料(約1/2の地点)である。

- (18)平均値の差に対するジャンプの強度およびジャンプ強度に及ぼす分散値の差の考慮の影響 (Lepage 検定と Wilcoxon 検定による判別結果の差) には、地域依存性が見出される。たとえば、冬季の p_H 資料の場合、平均値の差についてのジャンプ強度は関東沿岸北東部から瀬戸内海西部に向けて漸減するが、分散値の差が Lepage 検定の結果に及ぼす影響をほとんど見出されない。冬季の p_L 資料の場合、平均値の差について全地点でジャンプの存在が認められないが、瀬戸内海領域の西郷以西の地点では分散値の差の影響により、Lepage 検定において有意なジャンプが検出される。
- (19)各資料から EOF 解析で得られた第 1 モードの時間係数 $C_1(t)$ に対するジャンプ解析の結果は個々の地点の資料に対するジャンプ解析から求められた結果の集合体 (地点数) の特性と整合する。すなわち、 $C_1(t)$ のジャンプ強度指数が大きい場合には、個々の解析結果の集合体において有意な強度指数をもつ地点数が多くなる。
- (20)期間 (夏季, 冬季, 年) 別の 9 気候変動指標において平均値の差に関して強い正のジャンプが認められるのは冬季の⑧NAO と⑤WP, ついで冬季の③AOI と夏季の④PDO である。前者 (冬季の⑧NAO と⑤WP) の場合、分散値の差を考慮した Lepage 検定でもその強度がやや低下するものの、同様の結果が得られるが、後者の場合、分散値の差を含めると有意なジャンプは認められない。平均値の差に関して、他にも夏季の⑤WP など 6 ケースでジャンプの存在が示唆される。また、冬季の⑥PNA では分散値の差の影響によって Lepage 検定でただ 1 ケースのみ有意なジャンプの存在が示唆される。平均値の差と分散値の差の両方を考慮した Lepage 検定で有意なジャンプが検出されるのは冬季の⑧NAO と⑤WP, および上述した冬季の⑥PNA の 3 ケースでのみであることから、Lepage 検定はジャンプの存在に対する有意性の検出という観点からは、かなり厳しい判別方法になっているようである。
- (21)期間別の各要素資料や EOF 解析に基づく第 1 モードの各時間係数および各気候変動指標に対してそれぞれ得た傾向変動強度指数とジャンプ強度指数は概略値として同程度の値をとることから、各要素資料や各時間係数、各気候変動指標には一方向的な増加・減少傾向よりもむしろ 1986~1987 年を境目とするジャンプの特徴が含まれると推測される。ただし、気候変動指標には 10 年以上の長い周期的変動成分が含まれるので、ジャンプの存在を断定するのは早計である。

以上は本研究で得られた成果を羅列したものにすぎず、各解析結果相互の関係、とくに気候変動指標と各 p_H , p_L , U , H 資料についての傾向変動およびジャンプに関する強度指数の間の関係などが明確でないことから、今後気候学的分析の深化や高度化に努める必要がある。

参 考 文 献

- [1]Gemrich, J., Thomas, B. and R. Bouchard : Observational changes and trends in northeast Pacific wave records, *Gephys. Res. Let.*, Vol.38, L22601, doi : 10.1029/2011GL049518, 2011.
- [2]畑田佳男・山口正隆・大福 学・野中浩一 : 気圧資料を用いた内湾・内海における長期の風・波浪推算システムの構築と風速・波高の長期変動の解析, *工学ジャーナル (愛媛大学)*, 第 10 巻, pp.56-75, 2011.
- [3]山口正隆・大福 学・畑田佳男・野中浩一・日野幹雄 : 気圧観測資料を用いた内湾・内海における長期変動に基づく風速・波高の長期変動の解析, *土木学会論文集 B2 (海岸工学)*, Vol.67, No.2, pp.I_376-I_380, 2011.
- [4]山口正隆・野中浩一・畑田佳男・日野幹雄 : 内湾・内海における季節別気圧・風速・波高資料の長期変動の解析, *土木学会論文集 B2 (海岸工学)*, Vol.68, No.2, pp.I_1241-I_1245, 2012.
- [5]山口正隆・野中浩一・畑田佳男 : 内湾・内海における気圧・風速・波高の季節別長期変動の特性,

- 工学ジャーナル (愛媛大学), 第 12 巻, pp.103-118, 2013.
- [6]岡田弘三・宇都宮好博・渡辺好弘: 高層気象パラメータを用いた波浪の長期予測手法, 海岸工学論文集, 第 44 巻, pp.461-465, 1997.
- [7]宇都宮好博・岡田弘三・鈴木 靖: 波候の変動特性に関する研究, 海岸工学論文集, 第 44 巻, pp.1246-1250, 1997.
- [8]坂井紀之・岡田弘三: 台風期における西日本の波浪に関する研究, 海岸工学論文集, 第 50 巻, pp.1281-1285, 2003.
- [9]佐々木 亘・岩崎伸一・松浦智徳: 平塚沖有義波高の 1987 年を境としたジャンプについて, 日本海洋学会大会講演要旨集, p.241, 2003.
- [10]Sasaki, W., Iwasaki, I., Matsuura, M., Iizuka S. and I. Watabe : Changes in wave climate off Hiratsuka, Japan, as affected by storm activity over the western North Pacific, Jour. Geophys. Res. Vol. 110, C09008, doi:1029/2004JC002730, 2005.
- [11]清水勝義・永井紀彦・里見 茂・李 在炯: 富田雄一郎・久高将信・額田恭史: 長期波浪観測値と気象データに基づく波候の変動解析, 海岸工学論文集, 第 53 巻, pp.131-135, 2006.
- [12]山口正隆・大福 学・畑田佳男・野中浩一: 相模湾周辺海域における波高の年別変動と長期変動の考察, 海岸工学論文集, 第 53 巻, pp.1266-1270, 2006.
- [13]山口正隆・大福 学・畑田佳男・野中浩一・江本邦夫: 観測資料に基づくわが国沿岸の波高の経年変動と傾向変動解析, 海岸工学論文集, 第 54 巻, pp.1296-1300, 2007.
- [14]山下隆夫・駒口友章・三島豊秋: 気候変動のゆらぎを考慮した海岸保全の適用策への一考察, 海岸工学論文集, 第 55 巻, pp.1341-1345, 2008.
- [15]三島豊秋・山下隆夫・松岡潔照・駒口友章: 気候変動のゆらぎと台風災害に関する研究, 土木学会論文集 B2 (海岸工学), Vol.B2-65, No.1, pp.1276-1280, 2009.
- [16]間瀬 肇・田中 遼・森 信人・安田誠宏: 日本海沿岸における波浪の経年変化特性に関する研究, 土木学会論文集 B2 (海岸工学), Vol.65, pp.1251-1255, 2009.
- [17]泉宮尊司・小関達郎: 大気・海洋変動指標と台風特性および気候変動との関連性に関する研究, 土木学会論文集 B2 (海岸工学), Vol.66, No.1, pp.1251-1255, 2010.
- [18]関 克己・河合弘泰・佐藤 誠: 川口浩二: 全国港湾海洋波浪観測長期データに基づく日本沿岸の季節別波浪特性の経年変化, 港湾空港技術研究所資料, No.1241, pp.1-27, 2011.
- [19]志村智也・森 信人・中条荘大・安田誠宏・間瀬 肇: 日本周辺の冬季波候とテレコネクションパターンの関係, 土木学会論文集 B2 (海岸工学), Vol.67, No.2, pp.I_1161-I_1165, 2011.
- [20]志村智也・森 信人・中条荘大・安田誠宏・間瀬 肇: 北半球における気候変動とテレコネクションパターンの関係の解析研究, 土木学会論文集 B2 (海岸工学), Vol.68, No.2, I_1216-I_1220, 2012.
- [21]日野幹雄: スペクトル解析, 朝倉書店, 300p., 1977.
- [22]松山 洋・谷本陽一: UNIX/Windows/Macintosh を使った実践! 気候データ解析[第 2 版], 古今書院, 118p., 2008.
- [23]除 宗学・竹内邦良・石平 博: 日本の平均気温・降水量時系列におけるジャンプ及びトレンドに関する研究, 水工学論文集, 第 46 巻, pp.121-126, 2002.
- [24]鈴木栄一: 気象統計学 (第 5 版), 地人書館, 314p., 1975.
- [25]石村貞夫: 統計解析のはなし, 東京図書, 340p., 1989.
- [26]立花俊一・田川正賢・成田清正: エクササイズ 確率・統計, 共立出版, 241p., 1996.

付録 A

時間係数 $C_1(t)$ に対する気候変動指標依存型回帰式の精度の検討

本文の3章 3.2(5)で期間別各要素資料に対する EOF 解析により得られた時間係数 $C_n(t)$ ($n = 1, 2, 3$)と気候変動指標についての2変数重回帰式のうち最大の重相関係数 ρ_{dmax} を与える気候変動指標の組合わせをそれぞれ相当する気候変動指標についての単相関係数とともに Table 15 に一括して示した。ここでは相対的に大きい重相関係数を与える冬季の p_H 資料と冬季の H 資料の場合の第1モード時間係数 $C_1(t)$ に対する重回帰式および単回帰式の挙動を述べる。

Fig. A-1 のうち上側の図は冬季 p_H 資料に対し、 $C_1(t)$ 、⑤WP を説明変数とする単回帰式および⑤WP と③AOI を説明変数とする重回帰式による値を年ごとに示す。また、下側の図は $C_1(t)$ と単回帰式による値との間の散布図 (単相関係数 $\rho = 0.597$) および $C_1(t)$ と重回帰式による値との間の散布図 (重相関

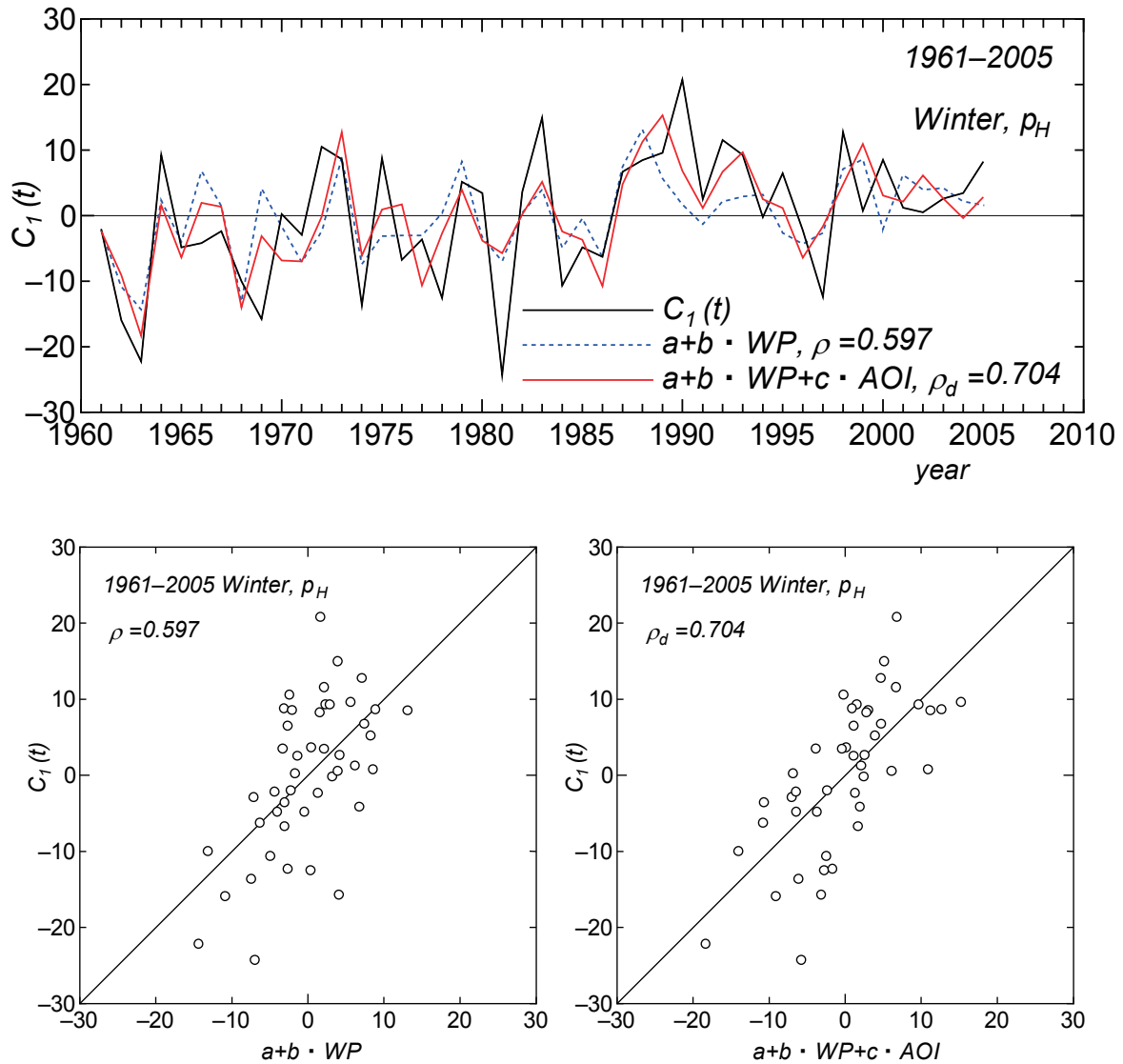


Fig. A-1 Comparison of yearly variations of time coefficient $C_1(t)$ and either simple- or multi-regression equation-based estimates, and their scatter diagrams in case of p_H data samples in winter.

係数 $\rho_d = 0.704$) を与える。図中には、それぞれ単相関係数および重相関係数を記す。このケースについては、⑤WP が最も高い単相関係数を与える。図によると、単回帰式および重回帰式いずれの式による値も時間係数 $C_1(t)$ によく追従して経年的に変化するが、突出する正のピークや負のピークで過小な値を与える。また、単回帰式と重回帰式による結果を比べると、当然のことながら、説明変数が1つ多い重回帰式による結果の精度が高い。

Fig. A-2 は冬季 H 資料の場合の $C_1(t)$ に対する同様の結果を示す。最大重相関係数 ($\rho_d = 0.622$) を与える重回帰式は説明変数を①MEI および②NPI とするが、冬季において影響力のある気候変動指標は⑤WP であることが多いので、⑤WP を説明変数とする単回帰式 (単相関係数 $\rho = 0.489$) および第1説明変数を⑤WP、第2説明変数を⑥PNA とする重回帰式 (重相関係数 $\rho_d = 0.608$) を用いる。このケースでは9種類の気候変動指標のそれぞれを説明変数とする単回帰式のうち⑤WP を説明変数とする単回帰式が最も大きい単相関係数($\rho = 0.489$)を与える。また、⑤WP と⑥PNA を説明変数とする重回帰式に伴う重相関係数は $\rho_d = 0.608$ であるから、①MEI と②NPI を説明変数とする場合の $\rho_d = 0.622$ よりやや小さいに過ぎない。①MEI および②NPI をそれぞれ説明変数とする単回帰式に伴う単相関係数

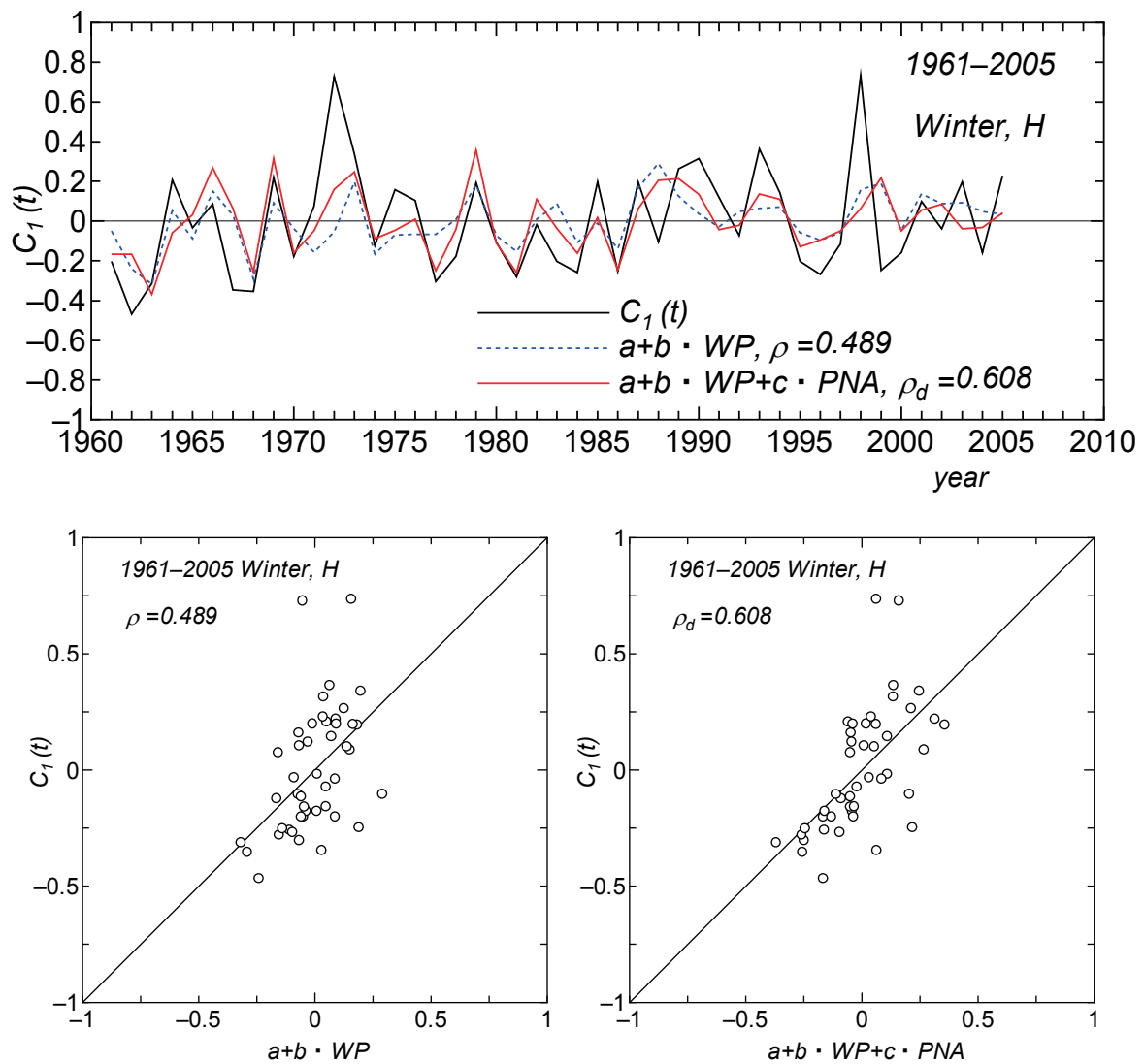


Fig. A-2 Comparison of yearly variations of time coefficient $C_1(t)$ and either simple- or multi-regression equation-based estimates, and their scatter diagrams in case of H data samples in winter.

は $\rho = 0.274$ (①MEI) および $\rho = 0.409$ (②NPI) である。大きい方の単相関係数 (②NPI に対して $\rho = 0.409$) でも⑤WP に対する単回帰式に伴う単相関係数 ($\rho = 0.489$) より小さいけれども、重相関係数としては $\rho_d = 0.622$ を与え、⑤WP を含む重回帰式に伴う重相関係数 $\rho_d = 0.608$ より大きい値をとる事例となっている。

図によると、このケースでも単回帰式および重回帰式による値は $C_1(t)$ によく追従して経年的に変化するが、2つの大きなピーク時には過小な値となっている。一般に、回帰式は各資料の平均的な状況を表示するので、いわゆる outlier に位置づけられるような資料値を再現するのは困難であり、本事例でもその特性が現れている。散布図によると、重回帰式による場合の各資料値の(原点を通る)45°直線まわりのばらつきが単回帰式の場合より小さいけれども、いずれの図でも2つのピーク値は45°直線から大きく離れてプロットされている。

以上に述べたケースは2変数重回帰式による重相関係数が検討したケースのうちで最も大きい事例に属するので、 $C_1(t)$ と回帰式による計算値の対応は比較的良好である。すなわち、これらの事例のように、ある程度重回帰係数が有意な値をもつ場合には、ここで取り扱った期間別各要素資料に対するEOF解析で得られた第1モード時間係数 $C_1(t)$ は第2モード以下の時間係数 $C_n(t)$ ($n \geq 2$)より卓越し、したがって第1モードの寄与率がかなり高いことから、⑤WPや③AOIあるいは⑥PNAが既知であれば、重回帰式によって $C_1(t)$ を推定したのち、これに相当する既導出の固有関数 $e_1(x)$ との積をとることによって、対象各地点における期間(夏季, 冬季, 年)別各要素(p_H, p_L, U, H)の近似的な時点別推定値を得ることが可能になる。ただし、現段階では、この方法が適用可能な期間別要素資料の種類は、相当する重相関係数の値が必ずしも有意と言えないことから、限られる。

都市下水道管渠網の空気圧縮を伴う雨水流出シミュレーションモデル

A Runoff Simulation Model with Air Compression in Urban Storm Sewer Pipe System

東 正史*・渡辺 政広**・友近 榮治***・佐々木 悠平****

Masafumi AZUMA*, Masahiro WATANABE**, Eiji TOMOCHIKA***, Yuhei SASAKI****

A runoff simulation model with an air compression in urban storm sewer pipe systems is proposed.

An urban storm water runoff phenomenon in which manhole covers in a storm sewer pipe system are blown away has occurred frequently during heavy rain. This phenomenon occurs due to the compression of air in manholes and sewer pipes, and the compression is caused by the rising storm water surface. In this paper, an urban storm water runoff simulation model that can simulate the air movement and temporal and spatial variations of air pressure in the pipe system is presented. At first, basic equations for air flow and storm water flow in the pipe system are derived. Secondly, a numerical simulation method for the basic equations that is a characteristic grid method of specified time intervals is proposed. Finally, the applicability of the simulation model is examined by applying the model to runoff experiments. As a result, it is concluded that the model is a useful and practical simulation model, which can precisely simulate the air movement in the sewer pipe system during a heavy rain.

Key words: Air pressure, air flow, lateral pipe, manhole, urban storm sewer pipe system

1. 緒 言

近年、各地の都市下水道流域で、いわゆるゲリラ豪雨などの強雨・豪雨による浸水氾濫災害がたびたび発生するようになってきているが、こうした強雨・豪雨時の下水道管渠システムの雨水流出を見ると、流出（水位）の増大（上昇）に伴って管渠内およびマンホール内の空気が圧縮され、マンホール蓋が飛散する現象や取付管を通じて流出雨水が家庭内排水設備へ吹き上げ・逆流する現象がたびたび発生しており、こうした流出現象の解明が課題とされてきている。すなわち、下水道管渠の空気圧縮を伴う雨水流出解析モデルの開発が急務と言われてきている^{[1],[2]}。

* 日本上下水道設計株式会社関東支社グループリーダー
Group Leader, Kanto Branch Office, Nippon Jagesuido Sekkei Co., Ltd.

** 愛媛大学大学院理工学研究科生産環境工学専攻教授
Professor, Department of Engineering for Production and Environment, Graduate School of Science and Engineering, Ehime University

*** 南海測量設計株式会社技術管理部部長
Chief Engineer, Department of Technical Qualification, Nankai Survey Design Co., Ltd.

**** 愛媛大学大学院理工学研究科博士前期課程生産環境工学専攻
Master Course Student, Department of Engineering for Production and Environment, Graduate School of Science and Engineering, Ehime University

原稿受理 平成25年10月31日

本論文では、下水道管渠の雨水流出が開水路非定常流れである場合について、管渠内およびマンホールでの空気の圧縮を考慮した下水道管渠システムの雨水流出モデルを提案している。はじめに、空気の流れは等エントロピー流れであり、取付管とマンホール蓋空気孔を通じて吸排気が行われるとして、下水道管渠内およびマンホール部分における空気の流れの運動方程式と連続の式をそれぞれ導出している。また、下水道管渠内の空気圧が時空間的に変化することを考慮し、下水道管渠の雨水の流れの運動方程式と連続の式を導出している。次に、これら流れの基礎式を特性曲線法を用いて数値解析する数値計算式を導出している。最後に、本モデルを下水道模型管渠における流出実験に適用し、本モデルによりシミュレートされた下水道管渠内の空気圧ハイドログラフを実測結果（空気圧ハイドログラフ）と対比して、本モデルの適合性（適用性）を検討している。

2. 下水道管渠網における雨水・空気の流れの基礎式

2.1 下水道管渠網における空気の流れの基礎式

空気の流れは、等エントロピー流れであるとする。また、管渠網内の空気は、取付管やマンホール蓋空気孔を通して吸排気されていることを考慮する。

(1) 管渠における空気の流れの連続の式と運動方程式

Fig. 1 に示す下水道管渠の微小区間の空気の流れに、質量保存則と運動量の定理を適用すると、連続の式(1)式と運動方程式(2)式を得る。

連続の式：

$$A_a \frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \rho_a \frac{\partial A_a}{\partial t} + \rho_a A_a \frac{\partial V_a}{\partial x} + \rho_a V_a \frac{\partial A_a}{\partial x} + A_a V_a \frac{\partial \rho_a}{\partial x} + m' = 0 \quad (1)$$

運動方程式^{[3][5]}：

$$\frac{\partial V_a}{\partial t} + V_a \frac{\partial V_a}{\partial x} + \frac{1}{\rho_a} \frac{\partial p_a}{\partial x} + f_D \frac{1}{4R_a} \frac{1}{2} |V_a| V_a - \frac{m' V_a}{\rho_a A_a} = 0 \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} ; f_D = 4 \times 0.0625 \left/ \left[\log_{10} \left(\frac{\varepsilon}{3.7 \times 4R_a} + \frac{5.74}{R_e^{0.9}} \right) \right]^2 \right. \quad (\text{乱流}), \\ ; f_D = 64 / R_e \quad (\text{層流}), \\ ; R_e = \frac{4 \times R_a V_a}{\nu_a}, \\ ; m = C_m \rho_a F_l \left(\frac{p_0}{p_a} \right)^{1/\gamma} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{p_a}{\rho_a} \left\{ 1 - \left(\frac{p_0}{p_a} \right)^{\gamma-1/\gamma} \right\}} \quad (\text{排気}), \\ ; m = -C_m \rho_0 F_l \left(\frac{p_a}{p_0} \right)^{1/\gamma} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{p_0}{\rho_0} \left\{ 1 - \left(\frac{p_a}{p_0} \right)^{\gamma-1/\gamma} \right\}} \quad (\text{吸気}), \\ ; m' = m / \Delta x \end{array} \right. \quad (3)$$

等エントロピー流れの式：

$$\frac{p_a}{\rho_a^\gamma} = \frac{p_0}{\rho_0^\gamma} \quad (4)$$

ここに、 A_a ：空気の流れの断面積、 ρ_a ：空気の密度、 V_a ：空気の流速、 p_a ：空気の圧力、 m' ：管渠単位長さ当たりの空気の排気質量流量、 p_0 ：大気の圧力、 ρ_0 ：大気の密度、 C_m ：流量係数、 f_D ：摩擦損失係数、 R_e ：レイノルズ数、 R_a ：径深、 ε ：管壁の粗度高さ、 ν_a ：空気の動粘性係数、 F_l ： Δx 区間の取付管の総断面積、 γ ：比熱比(=1.4)、 Δx ：計算距離さざみ、 t ：時間、 x ：距離。

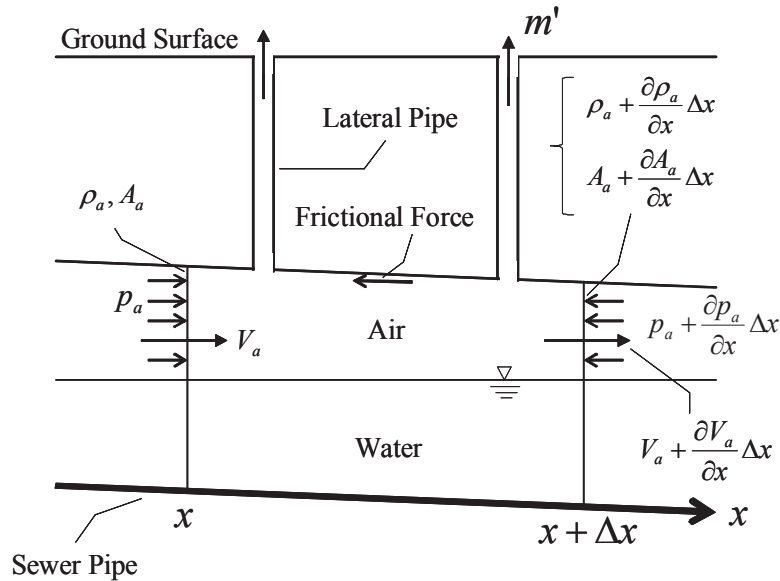


Fig. 1 Control volume for basic flow equations of air in sewer pipe.

(2) マンホールにおける空気の流れの基礎式

マンホールでは、マンホール内空気圧と大気圧の大小関係により、マンホール蓋に設けられている空気孔を通じて、吸気、排気が行われる (Fig. 2)。

連続の式：

$$F_M \frac{d}{dt} \left\{ \rho_M (h_G - h_M) \right\} = A_{a u} \rho_M V_{a u} - A_{a d} \rho_M V_{a d} - m_M \quad (5)$$

吸排気質量流量^{[4],[5]}：

$$\left\{ \begin{array}{l} m_M = C_m \rho_M F_A \left(\frac{p_0}{p_M} \right)^{1/\gamma} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{p_M}{\rho_M} \left\{ 1 - \left(\frac{p_0}{p_M} \right)^{\gamma-1/\gamma} \right\}} \quad (\text{排気}) \\ m_M = -C_m \rho_0 F_A \left(\frac{p_M}{p_0} \right)^{1/\gamma} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{p_0}{\rho_0} \left\{ 1 - \left(\frac{p_M}{p_0} \right)^{\gamma-1/\gamma} \right\}} \quad (\text{吸気}) \end{array} \right. \quad (6)$$

ここに、 m_M : マンホールからの吸排気質量流量、 ρ_M : マンホールにおける空気密度、 h_M : マンホールにおける水深、 p_M : マンホールにおける空気の圧力、 $A_{a u}$ 、 $A_{a d}$: 上流から流入する管渠、下流へ流出する管渠の空気の流れの断面積、 $V_{a u}$ 、 $V_{a d}$: 上流から流入する管渠、下流へ流出する管渠の空気の流れの流速、 h_G : マンホール深、 F_A : マンホール蓋の空気孔の総断面積、 F_M : マンホール水平面積。

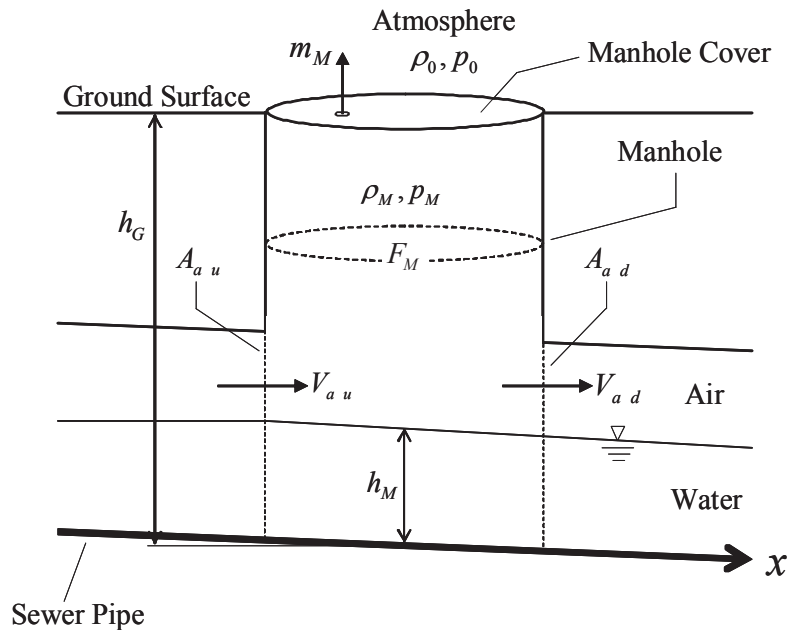


Fig. 2 Control volume for continuity equation of air in manhole.

(3) 下水道管渠網における雨水の流れの基礎式

空気圧が場所的、時間的に変動することを考慮し、Fig. 3 に示すように、微小区間 Δx の雨水の流れに、運動量の定理および質量保存則を適用すると、次の雨水の流れの運動方程式と連続の式を得る。

下水道管渠における雨水の流れの運動方程式：

$$\frac{1}{g} \frac{\partial V_w}{\partial t} + \frac{V_w}{g} \frac{\partial V_w}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{\rho_w g} \frac{\partial p'_a}{\partial x} - S_0 + \frac{n^2 |V_w| V_w}{R_w^{4/3}} = 0 \quad (7)$$

下水道管渠における雨水の流れの連続の式：

$$\frac{\partial h}{\partial t} + V_w \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{c_w^2}{g} \frac{\partial V_w}{\partial x} = 0 ; c_w = \sqrt{g \frac{A_w}{B}} \quad (8)$$

マンホールにおける雨水の流れの連続の式：

$$0 = \sum Q_{in} - \sum Q_{out} \quad (9)$$

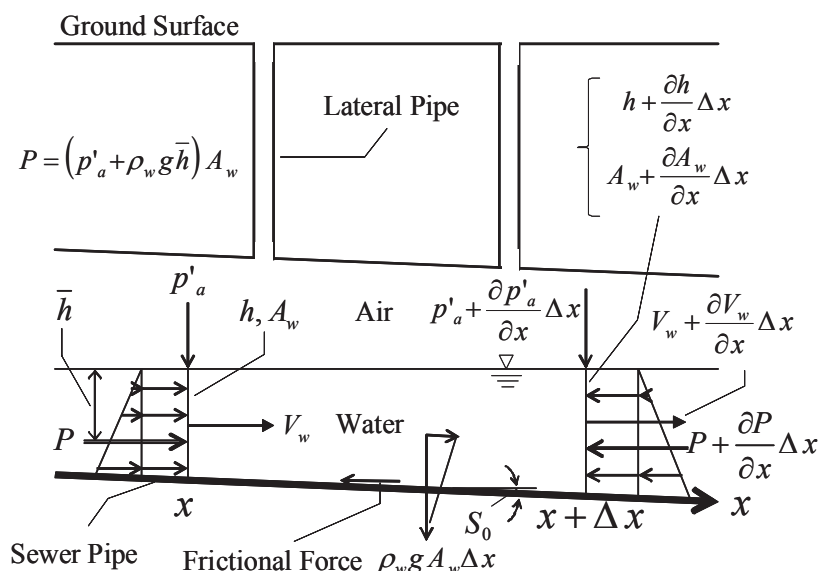


Fig. 3 Control volume for basic flow equations of storm water in sewer pipe.

ここに、 V_w : 雨水の流れの流速、 ρ_w : 水の密度、 h : 水深、 A_w : 流水断面積、 c_w : 微小擾乱の伝播速度、 B : 水面幅、 R_w : 径深、 p'_a : 空気圧 (ゲージ圧)、 S_0 : 管渠勾配、 n : マニングの粗度係数、 $\sum Q_{in}$: マンホールへの流入流量の合計、 $\sum Q_{out}$: マンホールからの流出流量の合計、 g : 重力加速度。

上の(7)式、(8)式を見ると、(7)式の左辺第4項に空気圧の場所的変動を表す偏微分項が含まれており、この点において、いわゆる Saint-Venant の式^[6]とは異なっている。

3. 基礎式の数値解析

流れの基礎式(1)~(9)式の数値解析には、数値計算上の安定性に優れ、精度高い解析結果が得られると言われている、特性曲線法を用いることとする。

なお、紙数制限のため、ここでは、空気の流れの基礎式の数値解析法についてのみ述べる。

3.1 特性曲線と特性方程式 (特性曲線法)

空気の流れの基礎式(1)~(6)式を特性曲線表示すると、次の特性曲線式(10)式、(12)式および特性方程式(11)式、(13)式を得る。

$$\frac{dx}{dt} = V_a + a \quad : \Phi \quad (10)$$

$$\frac{dV_a}{dt} + \frac{a}{\rho_a} \frac{d\rho_a}{dt} + \frac{a}{A_a} \left(\frac{\partial A_a}{\partial t} + V_a \frac{\partial A_a}{\partial x} \right) + f_D \frac{1}{4R_a} \frac{1}{2} |V_a| V_a - m' \frac{V_a - a}{\rho_a A_a} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{dx}{dt} = V_a - a \quad : \Psi \quad (12)$$

$$\frac{dV_a}{dt} - \frac{a}{\rho_a} \frac{d\rho_a}{dt} - \frac{a}{A_a} \left(\frac{\partial A_a}{\partial t} + V_a \frac{\partial A_a}{\partial x} \right) + f_D \frac{1}{4R_a} \frac{1}{2} |V_a| V_a - m' \frac{V_a + a}{\rho_a A_a} = 0 \quad (13)$$

$$; a = \sqrt{\gamma \frac{p_a}{\rho_a}} \quad (\text{音速}) \quad (14)$$

ここに、(11)式および(13)式の左辺第3項は、空気の流れの断面積の時空間的变化が空気の密度（圧力）および空気の流速に及ぼす影響を表している。

3.2 数値計算式（矩形格子特性曲線法）

(10)式～(13)式の差分化に当たっては、2次のオーダーの差分近似を行う（Fig. 4）。以下に、特性曲線式(10)式と特性方程式(11)式の差分表示式を示す。

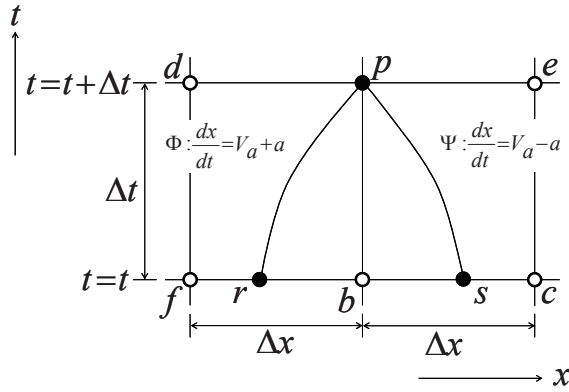


Fig. 4 Specified time interval method.

$$x_p - x_r = \frac{1}{2} \left\{ (V_{ar} + a_r) + (V_{ap} + a_p) \right\} \cdot \Delta t \quad (15)$$

$$\begin{aligned} & (V_{ap} - V_{ar}) + \frac{1}{2} \left(\frac{a_r}{\rho_{ar}} + \frac{a_p}{\rho_{ap}} \right) (\rho_{ap} - \rho_{ar}) \\ & + \frac{1}{2} \left[\frac{a_r}{A_{ar}} \left(\frac{\partial A_a}{\partial t} \Big|_r + V_{ar} \frac{\partial A_a}{\partial x} \Big|_r \right) \right. \\ & \quad \left. + \frac{a_p}{A_{ap}} \left(\frac{\partial A_a}{\partial t} \Big|_p + V_{ap} \frac{\partial A_a}{\partial x} \Big|_{r,p} \right) \right] \Delta t \\ & + \frac{1}{2} \left(f_{Dr} \frac{1}{4R_{ar}} \frac{1}{2} |V_{ar}| V_{ar} \right. \\ & \quad \left. + f_{Dp} \frac{1}{4R_{ap}} \frac{1}{2} |V_{ap}| V_{ap} \right) \Delta t \\ & - \frac{1}{2} \left(m'_r \frac{V_{ar} - a_r}{\rho_{ar} A_{ar}} + m'_p \frac{V_{ap} - a_p}{\rho_{ap} A_{ap}} \right) \cdot \Delta t = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

ここに、 Δt : 計算時間きざみ、下添字は、**Fig. 4** の $x-t$ 平面上の点 r, p などにおける諸量であることを表す。また、点 r, p などにおける偏微係数の評価には、次の線形内挿を用いた。

$$\left. \frac{\partial A_a}{\partial x} \right|_r = \frac{A_{ab} - A_{af}}{\Delta x} \quad (17)$$

$$\left. \frac{\partial A_a}{\partial x} \right|_{r,p} = \frac{A_{ap} - A_{ad}}{\Delta x} \quad (18)$$

$$\left. \frac{\partial A_a}{\partial t} \right|_r = \left. \frac{\partial A_a}{\partial t} \right|_b = -\frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{1}{2} \left\{ (V_{ar} + a_r) + (V_{ap} + a_p) \right\} \cdot \left(\left. \frac{\partial A_a}{\partial t} \right|_b - \left. \frac{\partial A_a}{\partial t} \right|_f \right) \quad (19)$$

$$\left. \frac{\partial A_a}{\partial t} \right|_b = \left. \frac{\partial A_a}{\partial t} \right|_p = \frac{A_{ap} - A_{ab}}{\Delta t} \quad (20)$$

$$\left. \frac{\partial A_a}{\partial t} \right|_f = \frac{A_{ad} - A_{af}}{\Delta t} \quad (21)$$

なお、具体的な数値計算手順について、(15)式～(21)式は、解析精度を上げるため、3回の繰り返し計算を行うこととしている。ただし、繰り返し計算の1回目においては、点 d, p, e の値をそれぞれ点 f, b, c の値で近似することとしている。

4. 流出実験によるモデルの適用性の検討

Fig. 5 および **Fig. 6** に示す2つの下水道模型管渠において、空気圧縮を伴う雨水流出実験を行った。この流出実験に本モデルを適用し、本モデルによりシミュレートされた空気圧ハイドログラフを実測結果（空気圧ハイドログラフ）と対比して、本モデルの適用性を調べた。

なお、はじめにも述べたように、下水道模型管渠で出現させた雨水流出は、非定常開水路流れである。また、本モデルは空気の流れのモデルと雨水の流れのモデルから構成されているが、本モデルの適用性の検討にあたり、（雨水の流れのモデルの適用性は既に確認されており）空気の流れのモデルの解析精度を調べる必要があったため、流出シミュレーションに当たっては、実測の水面変動記録を内部境界条件として与えている。

4.1 下水道模型管渠

はじめに、下水道模型管渠 No. 1-1 および No. 1-2 は、**Fig. 5** に示すように、透明アクリルパイプ製で、管渠総延長は約 11m、管渠直径は 10cm、勾配は 2/1,000、粗度係数は $0.010\text{m}^{-1/3}\cdot\text{s}$ である。マンホールは、内径 15cm、深さ 37.5cm の透明アクリルパイプ製で、2カ所に取り付けられるようになっている。また、マンホール蓋には、直径 5mm の空気孔が最大、8孔設けられるようになっている。取付管は、直径 1cm、長さ 1.2m の透明アクリルパイプ製で、最大、16カ所に取り付けられるようになっている。なお、下水道模型管渠 No. 1-1 は取付管が 2本、設けられた下水道模型管渠であり、No. 1-2 はマンホールが 2カ所に取り付けられた下水道模型管渠である。

次に、下水道模型管渠 No. 2 は、**Fig. 6** に示すように、透明アクリルパイプ製で、管渠総延長は約 22m、管渠直径は 29cm、勾配は 4.4/1,000、粗度係数は $0.010\text{m}^{-1/3}\cdot\text{s}$ である。マンホールは、内径 46cm、深さ 1.35m の透明アクリルパイプ製で、2カ所に取り付けられている。また、マンホール蓋には、直径 1.3cm の空気孔が最大 4孔、設けられるようになっている。取付管は、直径 5cm、長さ 1.50m の透明アクリルパイプ製で、

最大、12カ所に取り付け可能である。なお、本模型管渠は、株式会社G&U技術研究センター（埼玉県比企郡川島町大字吹塚732-157）に設置されているものである。

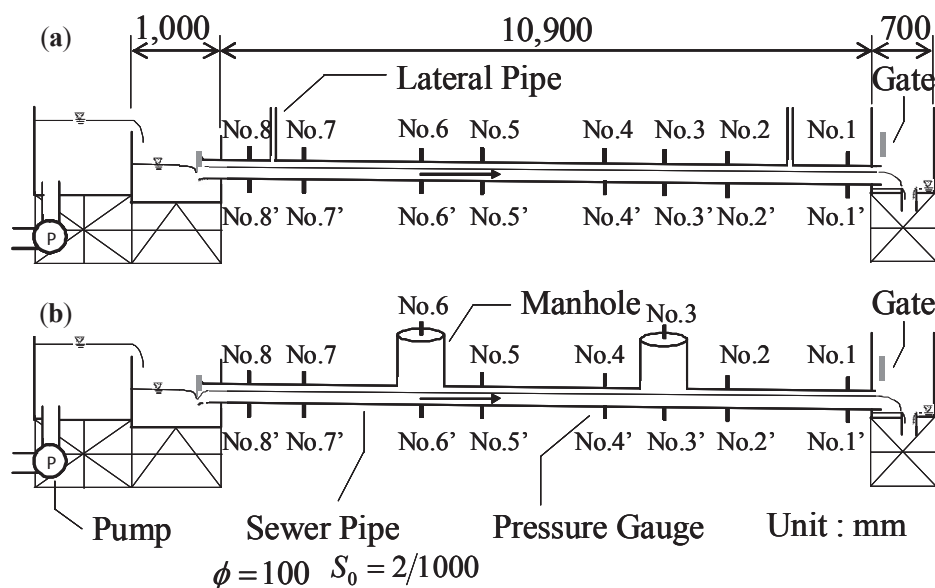


Fig. 5 Experimental sewer pipe systems with lateral pipes and manholes
 ((a):Sewer system No. 1-1, (b) Sewer system No. 1-2).

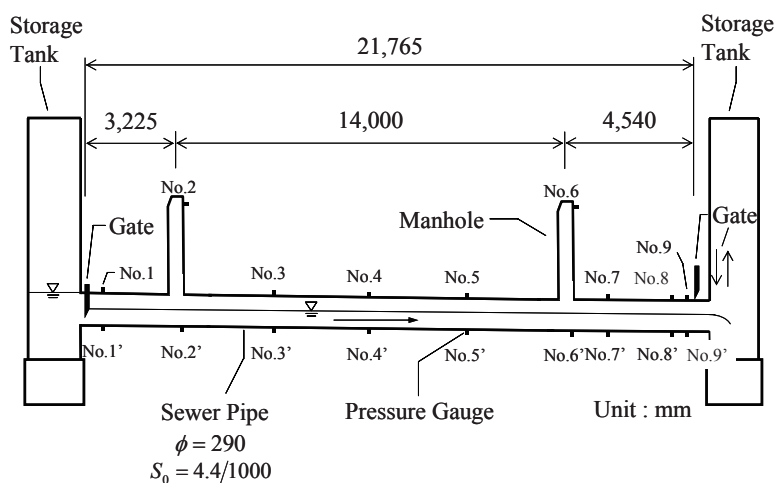


Fig. 6 Experimental sewer pipe system with lateral pipe and manholes
 (Sewer system No. 2).

4.2 流出実験と適用性に関する考察

(1) 流出実験

はじめに、下水道模型管渠 No. 1-1 および No. 1-2 において、Fig. 7 および Fig. 8 に示すような、空気圧縮を伴う雨水流出（非定常開水路流れ）の実験を行った。実験手順（内容、条件）を示すと、①初期の流れは、上流部で跳水を伴うやや複雑な様相を呈している開水路の不等流流れである、②ここに、管渠システムの上流端では、 $Q=1.48\text{l/s}$ の流量が、ゲートを通じて潜り状態で流入している、③ $t=4.2\text{s}$ （模型管渠 No. 1-1）、 $t=3.9\text{s}$ （模型管渠 No. 1-2）において下流端のゲートを急閉塞（完全閉鎖）する、④サージとバックウォーターが、管渠システム内の空気を圧縮しかつ上流へと押しやりながら、上流へ向けて伝播してゆく、⑤この

間、圧縮された管渠システム内の空気は、取付管やマンホール蓋空気孔を通じて大気中へと排気される、⑥サージとバックウォーターが管渠システムの上流端に到達するとき（模型管渠 No. 1-1 では $t=26.2s$, No. 1-2 では $t=36.4s$ ）、ゲートを急開放（完全開放）する、⑦管渠システム内に貯留されていた流出水は下流端に向かって流出し続ける、⑧この間、管渠システム内に取付管やマンホール蓋空気孔を通じて吸気がなされ、また管渠システムの下流端では管渠内空気が大気中へと排気される、⑨この後、管渠内空気圧、雨水流出はともに初期の大気圧、定常不等流流れに戻る。

次に、下水道模型管渠 No. 2 において、Fig. 9 に示すような、空気圧縮を伴う雨水流出の実験を行った。実験手順（内容、条件）は、上述した下水道模型管渠 No. 1-1 および No. 1-2 におけるものとほぼ同様である。ただし、 $Q=16.7l/s$ 、ゲートを急閉塞、急開放する時刻はそれぞれ $t=12.9s$, $t=85.0s$ である。

(2) 流出実験と適用性に関する考察

空気圧ハイドログラフについて、流出シミュレーション結果と実測結果を対比して、Fig. 10～Fig. 12 に示す。

これらの図より、シミュレートされたハイドログラフは、実用上からは、実測結果に見られる時間的変動の特性（傾向）をよく再現できていることが分かる。

なお、シミュレーション結果に見られる大きな変動（振動、誤差）は、内部境界条件として用いた水面形の測定記録の精度が充分で無かったことによると考えられる。この原因を確かめるため、上の流出実験と類似した水面形変動を与えた数値実験結果を、3～5%の水深誤差を伴う水面形変動を与えたそれと対比して検討したところ、Fig. 13 に示すように、水面形変動測定記録に誤差が含まれる場合、Fig. 10～Fig. 12 で見られるような変動（振動、誤差）が現れやすいことが確かめられた。

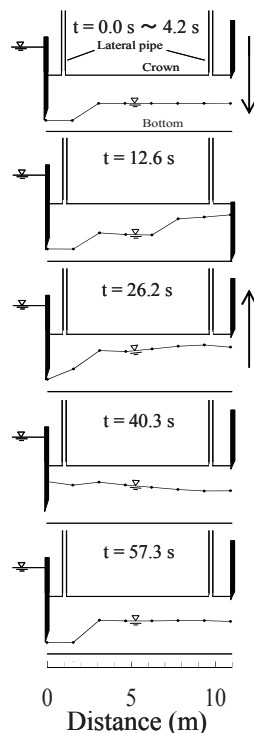


Fig. 7 Temporal and spatial water surface variations in a runoff experiment in sewer system No. 1-1.

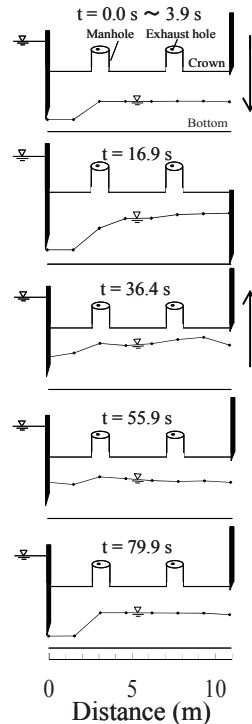


Fig. 8 Temporal and spatial water surface variations in a runoff experiment in sewer system No. 1-2.

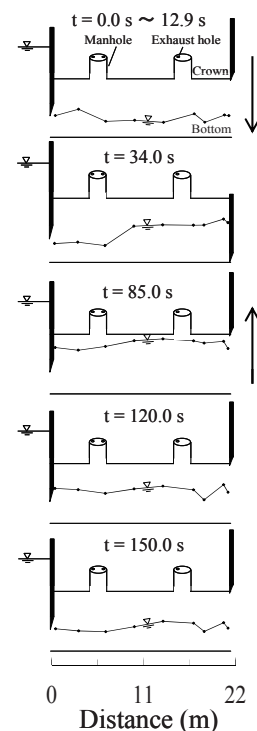


Fig. 9 Temporal and spatial water surface variations in a runoff experiment in sewer system No. 2.

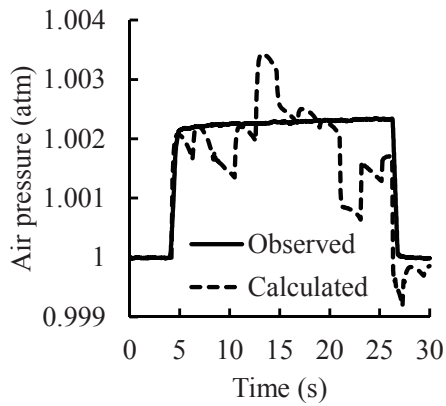


Fig. 10 Comparison of calculated and observed air-pressure hydrographs at station of sensor No. 6 in sewer system No. 1-1.

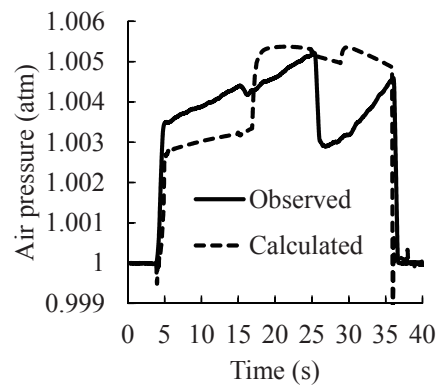


Fig. 11 Comparison of calculated and observed air-pressure hydrographs at station of sensor No. 6 in sewer system No. 1-2.

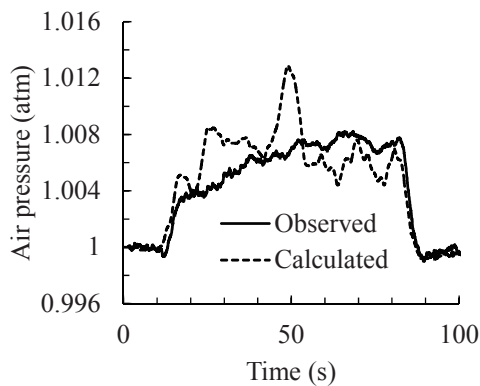


Fig. 12 Comparison of calculated and observed air-pressure hydrographs at station of sensor No. 2 in sewer system No. 2.

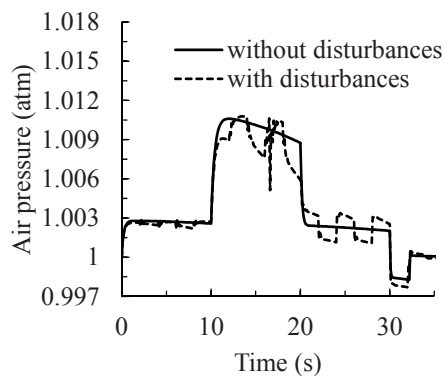


Fig. 13 Comparison of simulated air-pressure hydrographs at station of sensor No. 6 in sewer system No. 1-2.

5. ま と め

本論文では、空気圧縮を伴う下水道管渠の雨水流出モデルを提案し、本モデルが実用しえることを、流出実験を行って確認した。今後は、下水道管渠のサーチャージ流れへも適用できるよう、モデルの改良を図る必要がある。

参 考 文 献

- [1] Wright S. J., Vasconcelos J. G., Creech C. T. and Lewis J. W.: Flow regime transition mechanisms in rapidly filling stormwater storage tunnels, *Environmental Fluid Mechanics*, 8, pp. 605-616, 2008.
- [2] Wright S. J., Lewis J. W. and Vasconcelos J. G.: Geysering in rapidly filling storm-water tunnels, *J. Hydraulic Engineering, ASCE*, Vol. 137, No. 1, pp. 112-115, 2011.
- [3] Oosthuizen P. H. and Carscallen W. E.: in "Compressible fluid flow" p. 230, McGraw-Hill, 1997.
- [4] 松尾一泰: 圧縮性流体力学, pp. 142-149, 理工学社, 1999.
- [5] 渡辺政広, 神田 徹, 田中祐大, 神吉和夫: マンホール蓋飛散の水理解析モデルと水理模型実験, *水工学論文集*, 第45巻, pp. 907-912, 2001.
- [6] Chaudhry M. H.: in "Applied hydraulic transients" pp. 389-394, Van Nostrand Reinhold Company, 1979.

愛媛大学工学部工学ジャーナル論文投稿規程

平成19年4月1日
広報委員会決定

1. 愛媛大学工学部工学ジャーナルの刊行目的

愛媛大学工学部工学ジャーナルは、愛媛大学大学院理工学研究科（工学系）教員・工学部職員（以下「工学系教員」という。）及び外部投稿者による、工学関係の独創的で、かつ、優れた学術研究の成果を広く公表することを目的として刊行するものとする。

2. 愛媛大学工学部工学ジャーナルの編集

愛媛大学工学部工学ジャーナルの編集は、愛媛大学大学院理工学研究科（工学系）広報委員会（以下「広報委員会」という。）がこれに当たる。

編集に当たる広報委員会は、論文の受理、採否の決定、校閲等を行う。

3. 論文

論文は、指定投稿論文及び一般投稿論文とする。

指定投稿論文は、次のとおりとする。

- (1) 工学系教員が学協会による学会賞等を受賞した研究業績をまとめたもの
- (2) 工学系教員が学協会の機関誌に記述した、先端的研究に関する解説、総説等の内容を再編集したもの（ただし、著作権に関しては、執筆者が事前に学協会の承認を得ること。）
- (3) 学生が学協会の学会賞等を受賞した業績を指導教員がまとめたもの
- (4) 各コースが推薦する論文
- (5) 当該年度末の定年退職予定教員による学術研究に関する論文
- (6) その他、広報委員会で認めたもの

(1)～(3)にいう学協会は、日本学術会議の登録学術研究団体に限る。

(4)の各コース推薦論文は、各コース3編以内とし、学協会の機関誌に発表した内容のレビュー的論文で、各コースが誇るものとする。

一般投稿論文は、独創的でアイデアに富む未発表のもの、国際会議の招待講演、国内学会での基調講演、学術交流協定に基づく国際シンポジウムでの講演等をまとめたものとする。

4. 論文執筆及び論文ページ制限

論文は、「愛媛大学工学部工学ジャーナル執筆規程」に基づき作成する。

指定投稿論文中、(5) 当該年度末の定年退職予定教員による学術研究に関する論文では15ページを、その他の論文では10ページを超えないことを原則とする。ただし、広報委員会が必要と認めた場合はこの限りでない。

5. 著作権

- (1) 投稿された論文の著作権は、広報委員会に帰属する。ただし、著者自身が自著の記事を複製、翻訳、翻案等の形で利用することは差し支えない。
- (2) 代表著者は、投稿に際し、著作権委譲書（別紙1）を広報委員会へ提出する。

6. 愛媛大学工学部工学ジャーナルの作成

工学ジャーナルは、冊子体を作成しないで、全ての論文を1枚のCD-ROM等をもって作成する。

7. 投稿料等経費

(1) 投稿料は、投稿者に別途定める投稿料を負担させることができるものとする。

ただし、本規程第3の「指定投稿論文」に関しては、投稿料の負担を免除する。

(2) 投稿者はCD-ROM等の必要枚数を広報委員会に申請する。なお、CD-ROM等の必要枚数が10枚を超えるものについては、投稿者が別途定める経費を負担する。

8. 提出原稿

提出原稿は、オリジナルファイル（Word等）及びPDFファイルとする。

9. 原稿の締切

(1) 申込締切 毎年 8月31日（所定の申込書により申し込む。）

(2) 原稿提出締切 毎年10月31日

(3) 原稿の申込み及び提出先
広報委員会

10. 受理年月日

受理年月日は、広報委員会が原稿を受理した日とする。

論文の掲載の可否については、広報委員長名で通知する。

11. その他の注意事項

原稿受理後、論文内容の変更はできないので、特に留意すること。

（最新改正： 平成18年12月20日 広報委員会決定）

工学ジャーナル論文申込書

コース等名
申込者氏名

| 整理番号 | コース名 | 著者氏名 | 題目 | 指定投稿 一般投稿 の別 | 指定投稿 の種類 | 既発表学協会誌 又は 講演会名(年月) | 原稿の総 ページ数 | CD-ROM 等の必要枚 数 | (原稿申込日) | (原稿受理日) |
|------|------|------|----|--------------------|-------------|---------------------------|--------------|----------------------|---------|---------|
| 1 | | | | | | | | | 月 日 | 月 日 |
| 2 | | | | | | | | | 月 日 | 月 日 |
| | | | | | | | | | 月 日 | 月 日 |
| | | | | | | | | | 月 日 | 月 日 |

(別紙1)

著作権委譲書

愛媛大学工学部工学ジャーナルに投稿する私の以下の論文の著作権は、愛媛大学理工学研究科（工学系）広報委員会に委譲いたします。

論文題目 _____

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

代表著者氏名 _____

愛媛大学工学部工学ジャーナル論文投稿規程第7に定める投稿料等経費について

愛媛大学工学部工学ジャーナル論文投稿規程第7に定める投稿料等経費については、下記のとおりとする。

記

1. 第7の(1)に定める投稿料

一般投稿論文に係る投稿料は、次のとおりとする。

| | |
|----------------|-------|
| 1 ページ当たりの投稿料の額 | 900 円 |
|----------------|-------|

なお、愛媛大学大学院理工学研究科（工学系）教員・工学部職員が代表著者となる一般投稿論文に係る投稿料は、当分の間、負担させないものとする。

2. 第7の(2)に定めるCD-ROM等の必要枚数が10枚を超えるものに係る経費

指定投稿論文及び一般投稿論文のCD-ROM等の配付枚数は10部とし、これを超える部数を必要とする場合は、投稿者負担とし、負担額は次のとおりとする。

超過1部数当たりの投稿者負担：200円

(最新改正：平成18年12月20日、広報委員会決定 平成19年4月1日施行)

愛媛大学工学部工学ジャーナル論文執筆規程

1. 一般的な留意事項

- (1) 指定投稿論文，一般投稿論文とも，原則として和文または英文論文とする。
- (2) 原稿はそのままCD-ROM等化されるので，原稿はオリジナルファイル（Word等）及びPDFファイルで提出すること。
- (3) 指定投稿論文中，当該年度末の定年退職予定教員による学術研究に関する論文では，図表を含め15ページを，その他の論文では，10ページを超えないことを原則とする。ただし，広報委員会が必要と認めた場合は，この限りでない。
- (4) 原稿はA-4を用い，マージンは和文，英文ともに上20mm，下30mm，左右25mmとする。
- (5) 和文ではMS明朝またはそれに相当する文字種を，英文ではTimes New Romanまたはそれに相当する文字種とする。
- (6) 文字サイズは，題目は14ポイント（ゴシック体），副題は12ポイント（ゴシック体），著者氏名は12ポイントとし，いずれも中央揃えとする。緒言，結果と考察等の見出し（中央揃え），内容展開に必要な見出し（左端揃え）は12ポイント（ゴシック体）とする。要約，キーワード，本論，謝辞，引用論文，付録はいずれも10ポイントとする。
- (7) 要約，キーワード，本論，謝辞，引用論文，付録はいずれも1段組で，行間隔は16ポイントとする。

2. 体裁とその書き方

- (1) 題目，著者氏名，要約，キーワード，本論，謝辞，引用論文，付録の順とする。
- (2) 原稿の第1ページに題目，著者氏名を中央揃えで記す。勤務先及び部課（科），連絡先は脚注に記すこと。英文も併記すること。
- (3) 題目は簡潔（20字程度以内）で，その内容をよく示すものとする。英文題目における大文字，小文字の使い方については，例を参照のこと。
- (4) 著者氏名の前に，「by,」また要約に，「ABSTRACT」の見出しを付けないこと。
- (5) 指定投稿論文では，その論文が指定投稿論文であることを明確に示すため，出典となった学術論文を1ページの脚注として明記すること。
- (6) 要約
英文で研究の目的，結果，結論を150語程度にまとめること。
- (7) 本論
 - 1) 本論は，緒言，実験，結果と考察，まとめ，謝辞，参考文献，付録の順とする。これら見出しは，ゴシック体とし，文のセンターに位置づけること。必要に応じ小見出しをつけること。小見出しもゴシック体とし，文頭に位置づけること。
 - 2) 和文では専門用語以外は当用漢字を用い，ひらがなまじり口語文，かなは新かなづかいとすること。
 - 3) 不必要に長い表現は避け，重複した内容にならないようにすること。又，同性質の図または表を多く掲げることは避けること。数式は，主題の論旨の展開に必要な程度にとどめること。写真及び図表の説明は，論文の和文，英文を問わず，単に Fig.1, Table 1 などと記するだけでなく，英文で説明（文）をつけること。文中では，Fig.1, Table 1 などと記すること。
 - 4) 和文の場合，句読点は，「，」及び「。」とし，それぞれ1画を用いること。

- 5)本文中に使用する記号には、必ず説明を付けること。
- 6) 単位は周知の記号を用いること。
- 7) 後述例を参考にすること。
- (8) 謝辞の記述
研究費等の補助などを受けた場合には、本文の最後に記すること。
- (9) 引用文献
 - 1) 研究内容に直接関係のある重要な文献を記載すること。これらの文献は、本文中文字の右肩に番号 [1] , [1] – [3] を付し、それらを本文の最後にまとめること。
 - 2) 引用文献の書式として雑誌の場合は、著者名, 標題, 雑誌名, 巻, 号 (または発行月, あるいは号及び発行月), 開始ページ~終了ページ, 年を, また単行本の場合は, 著者名, 書名, ページ, 発行所, 発行年を記すこと。
- (10) 付録
数式の誘導, 実験装置などの詳細な説明が必要な場合には, 付録とする。
- (11) その他

(最新改正： 平成18年12月20日, 広報委員会決定 平成19年4月1日施行)

工学ジャーナル投稿原稿の見本*

<1行分あける。>

A Sample of Manuscript of Submitted Paper to Journal of Engineering

<2行分あける。>

愛媛工学**

<1行分あける。>

Kougaku EHIME**

<1行分あける。>

Abstract: All manuscripts must be produced clearly on good quality plain white A4-size(297mm×210mm) sheets, and accurately within the dimensions as shown on these pages. Manuscripts should be submitted in camera-ready style for the screening and publication. The manuscript is accepted for publication after the format check of the editorial board. Thus, the authors are asked to read these instructions carefully for quicker acceptance of your manuscript. The printer should be a laser/jet, but dot -printers are unacceptable.

<1行分あける。>

Key words: Original paper, Guideline for manuscript

<2行分あける。>

1. 緒言

<1行分あける。>

工学ジャーナルは、工学部教職員及び外部投稿者による、工学関係の独創的で、かつ優れた学術研究の成果を広く公表することを目的として刊行される。具体的には、従来の工学部紀要を改革し、2に記す論文を中心に編集する。

<1行分あける。>

2. 投稿論文

論文は、指定投稿論文及び一般投稿論文とする。

2.1 指定投稿論文

指定投稿論文は、原則として次のいずれかでなければならない。

- (1) 工学部教官が学協会による学会賞等を受賞した研究業績をまとめたもの
- (2) 工学部教官が学協会の季刊誌に記述した、先端的研究に関する解説、総説等の内容を強化したもの（ただし、著作権に関しては、執筆者が事前に学協会の承認を得ていること）
- (3) 学生等が学生対象の学協会の学会賞等を受賞した業績を指導教員がまとめたもの
- (4) 各学科が推薦する論文
- (5) 前年度の退職教員による学術研究に関する論文
- (6) その他、編集委員会で認めたもの

2.2 一般投稿論文

一般投稿論文は、独創的でアイデアに富む未発表のもの、国際会議の招待講演、国内学会の基調

* ○△学会会誌 第○○巻 第○○号 (2000)pp.△△-○○ 工学ジャーナル投稿原稿より引用

** 松山市文京町3愛媛大学工学部 ○○学科

** Department of Mechanical Engineering, Ehime University, Matsuyama, Japan. E-mail

原稿受理 平成 年 月 日

講演, 学術交流協定に基づく国際シンポジウムでの講演等をまとめたものとする。

3. 原稿の執筆上の注意

原稿の書き方は, 投稿規程および原稿執筆上の規約に従う。第1ページおよび図などは本ページに示す見本を参照する。ページは左右に25mm, 上20mm, 下30mmの margins をとり, 1段組とする。論文および資料の場合, 次の事項を番号順に必ず記載する。

- (1) 和文題名 (14 ポイント)
- (2) 英文題名 (14 ポイント)
- (3) 和文著者名 (12 ポイント)
- (4) 英文著者名 (12 ポイント)
- (5) 英文要旨 (10 ポイント)
- (6) 英文キーワード (10 ポイント)

指定投稿論文で既に掲載された学協会名等を示す必要がある場合, 前ページ例を参照すること。

本文 (10 ポイント) は, 見本のように上記(1)~(6)を記述した後に, 1行空けて書き始める。

図, 表および写真は, 見本のように用紙にそのまま貼り込み, 本文中の説明と離れない位置に貼り付ける。図・表どうし, あるいは図, 表と本文は1行以上間隔をあけるようにする。カラー写真掲載の場合は, 編集委員会でその必要性が認められた場合に限り掲載することができるが, それに係わる経費は著者負担である。

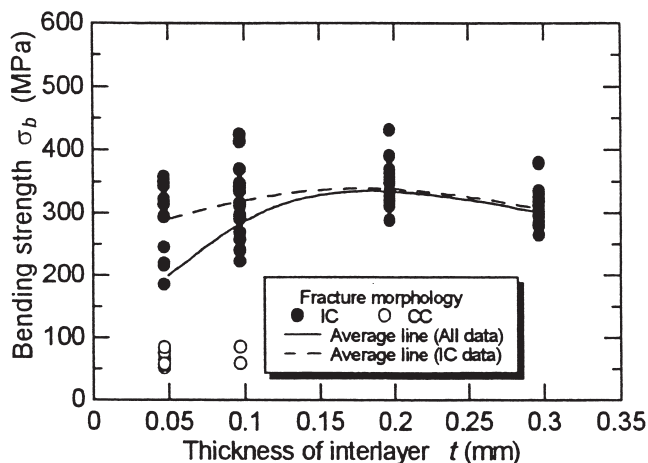


Fig.1. Relationship between interlayer thickness and bending strength.

4. 引用文献

[1] 「雑誌」

著者名, 標題, 雑誌名, 巻, 号, pp. 開始ページ~終了ページ, 年.

「単行本」

著者名, 書名, ページ, 発行所, 発行年.

[2] 参考例

[1] 浦島太郎: 広帯域増幅器, 通信学会誌, 40, 2, pp. 120-125, 1955.

[2] R. P. Feynman: Slow Electrons in a Polar Crystal, Phys. Rev., 97, 3, pp. 660-665, 1955.

または

[3] R. P. Feynman: Slow Electrons in a Polar Crystal, Phys. Rev., 97, pp. 660-665, Mar., 1955.

[4] 田中一郎: 磁性工学, pp.123-135, オーム社, 1966.

[5] J. A. Smith: in "Electricity and Magnetism" pp.300-305, Cambridge University Press, London, 1950.